Institut für Thermodynamik 25.2.2005
Technische Universität Braunschweig
Prof. Dr. Jürgen Köhler

Klausur zur Vorlesung

Wärme- und Stoffübertragung

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechengang muss erkennbar sein! Interpolationsvorschriften sind anzugeben. Quadratische Gleichungen sind analytisch zu lösen.
Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten.
Nicht in den Aufgabenstellungen angegebene Stoffdaten sowie die Nußelt-Beziehungen sind dem Anhang des Skriptums zur Vorlesung zu entnehmen.

Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

Aufgabe 1: *Wärmeaustausch durch Strahlung* 12,5 von 50 Punkten

Eine $5m$ hohe Werkshalle ist $10m$ lang und $10m$ breit. Eine Seite ist vollkommen verglast. Bei den drei Wänden, der Decke und dem Boden handelt es sich um graue Strahler mit einem wellenlängenunabhängigen Emissionskoeffizienten von $\varepsilon_W = 0,95$ und einer Temperatur $T_W = 20°C$. Wände, Decke und Boden sind für Strahlung undurchlässig.
Die Glasfront ist im Infrarotbereich ebenfalls ein grauer Strahler mit $\varepsilon_G = 0,95$ und einem Transmissionsgrad $\tau_G = 0,05$. die Glasfront hat eine Temperatur von $T_W = 15°C$

Folgende Sichtfaktoren sind bekannt:
$F_{Wand,Decke} = F_{Wand,Boden} = F_{Glas,Decke} = F_{Glas,Boden} = 0,3$
$F_{Wand,benachbarteWand} = F_{Glas,benachbarteWand} = 0,15$

a) Bestimmen Sie folgende Sichtfaktoren:
$F_{Wand,gegenüberliegendeWand}$
$F_{Boden,Wand}$
$F_{Boden,Decke}$
$F_{Glas,Wände+Boden+Decke}$
$F_{Boden+Decke+Wände,Glas}$
$F_{Boden+Decke+Wände,Boden+Decke+Wände}$

b) Wie groß sind die Reflektionskoeffizienten ρ_G und ρ_W der Glasoberfläche und der Wände im Wellenlängenbereich der Wärmestrahlung ?

c) Welcher Strahlungswärmestrom wird von Wänden + Decke + Bode an die Glasfront abgegeben?

Aufgabe 2: *Stationäre Wärmeleitung* 12,5 von 50 Punkten

Um das Tauchen außerhalb tropischer Gewässer zu ermöglichen, tragen viele Freizeittaucher Taucheranzüge aus Neopren (aufgeschäumtem Kautschuk), die die Wärmeabgabe an das Wasser reduzieren. In besonders kalten Gewässern kann zuätzlich eine Eisweste aus einem etwas anders verarbeiteten Material über den Taucheranzug gezogen werden, die im Gegensatz zu ihm nur den Rumpf und nicht die Extremitäten (Arme und Beine) bedeckt.
Befindet sich der Taucher eine Weile im kalten Wasser, stellt sich ein annähernd stationärer Zustand ein, bei dem die Temperatur der Haut deutlich unter der Körperkerntemperatur von ca. $37°C$ liegt. Insbesondere an Armen und Beinen kann die Temperatur sehr niedrig liegen.

Werte für diese Aufgabe:

Konstante Hauttemperatur Rumpf: $25°C$
Konstante Hauttemperatur Extremitäten: $20°C$
Konstante Wassertemperatur: $18°C$
Wärmeübergangskoeffizient zwischen Taucheranzug und Wasser
bzw. zwischen Eisweste und Wasser: $\alpha = 1500\frac{W}{m^2K}$
Wärmeleitfähigkeit Taucheranzug: $\lambda_{Anzug} = 0,6$
Wärmeleitfähigkeit Eisweste: $\lambda_{Weste} = 0,4$
Hautoberfläche Rumpf: $A_R = 1,1m^2$
Hautoberfläche Extremitäten: $A_R = 0,9m^2$
Materialstärke Taucheranzug: $d_T = 7,5mm$
Materialstärke Eisweste: $d_E = 3mm$

Hinweise: Wärmeübergang an Händen, Füßen und am Kopf soll nicht berücksichtigt werden. Der Wärmeübergangswiderstand zwischen Haut und Taucheranzug, sowie zwischen Taucheranzug und Eisweste kann aufgrund der engen Passform vernachlässigt werden. Es müssen keine Wärmeströme innerhalb des Körpers berechnet werden.

a) Wie hoch ist die Wärmestromdichte am Rumpf wenn der Taucher nur den Taucheranzug trägt? Wie hoch ist die Wärmestromdichte an den Extremitäten?

b) Der Taucher entscheidet sich nun über den Taucheranzug noch die Eisweste zu ziehen. Wieviel Wärme wird unter diesen Bedingungen in $10 Minuten$ vom Taucher an das Wasser abgegeben?

c) Wie hoch ist die Temperatur in der Grenzschicht zwischen Taucheranzug und Eisweste?

d) Wie dick müsste die Eisweste gewählt werden, damit am Rumpf und an den Extremitäten die gleiche Wärmestromdichte abgegeben wird?

Aufgabe 3: *Wärmeisolierende Wirkung des Erdbodens* 12,5 von 50 Punkten

Der zeitliche Temperaturverlauf auf der Erdoberfläche kann durch die Periodizität der Sonneneinstrahlung in grober Nährung als harmonische Funktion beschrieben werden:

$$T(x=0,t) = \bar{T} - \frac{\Delta T}{2} cos\left(2\pi \frac{t}{\tau}\right)$$

Dabei ist $\bar{T}$ z.B. die mittlere Jahrestemperatur, ΔT die maximale Temperaturdifferenz an der Erdoberfläche, z.B. zwischen Winter und Sommer, und τ die Periode der Schwankung, z.B. ein Jahr. Im Januar (t=0) herrschen also die tiefsten Temperaturen.

Für diese periodische Randbedingung hat die Diffusionsgleichung $\forall x \geq 0$ die folgende Lösung:

$$\Theta(x,t) = \frac{T(x,t) - \bar{T}}{\Delta T} = -\underbrace{\frac{1}{2}\, e^{-2\pi \frac{x}{l}}}_{A(x)}\; cos\left(2\pi \left\{\frac{x}{l} - \frac{t}{\tau}\right\}\right) \text{ , mit } l = 2\sqrt{\pi\lambda\tau}$$

Das ist eine in fortschreitende Tiefe x gedämpfte Temperaturwelle.

a) Berechnen Sie die Eindringtiefe δ der Temperaturwelle, d.h. den Ort x, für den die Amplitude $A(x)$ auf den $1/e$–ten Teil gesunken ist ($\lambda = 1/4\pi\, \frac{m^2}{Tag}$, $\tau = 1$Jahr).

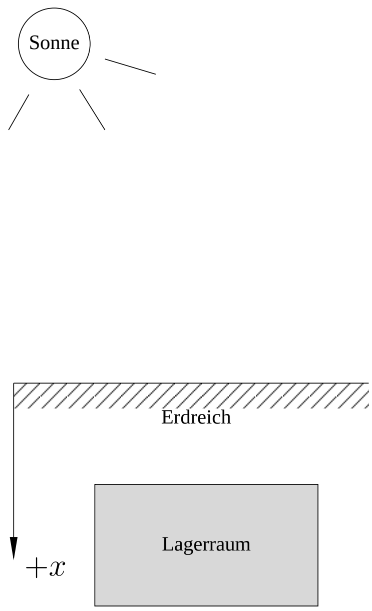
b) In Braunschweig möchte jemand einen Lagerraum für verderbliche Güter bauen. Da die mittleren jahreszeitlichen Schwankungen jedoch mit $\Delta T = 15K$ ziemlich groß sind, überlegt er sich, diese Schwankungen dadurch zu dämpfen, dass er seinen Lagerraum unter der Erdoberfläche anlegt.

Wie dick muss die Erdschicht mindestens sein, um eine maximale Schwankung von $\delta T = 5K$ zu erreichen?

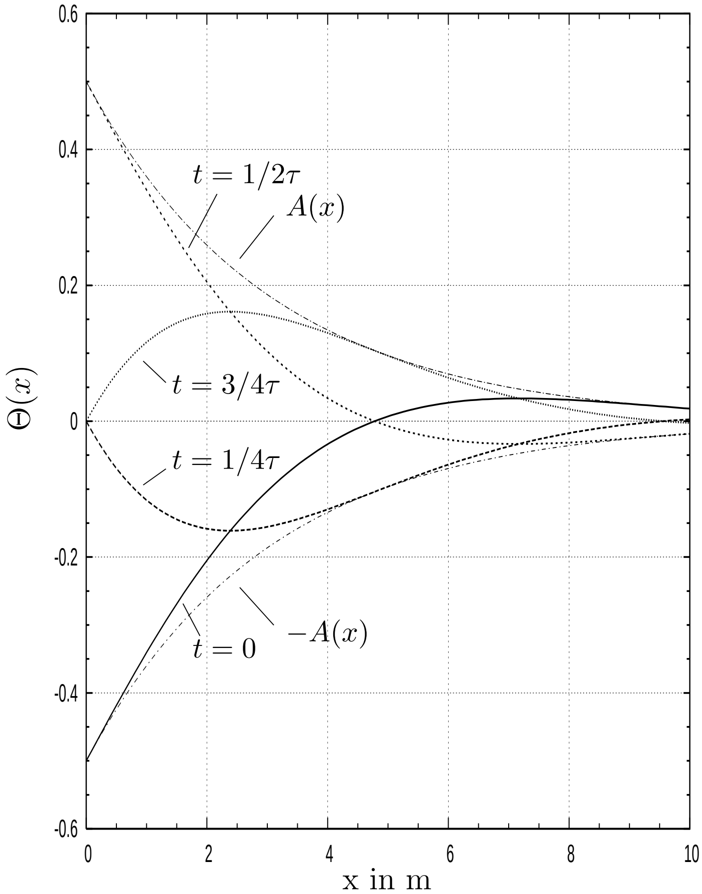
Im Oktober stellt man mit fortschreitender Tiefe x eine Erwärmung des Erdbodens fest. In welcher Tiefe liegt das aus der Sonneneinstrahlung resultierende Maximum?

<u>Hinweis:</u> Beachten Sie die Abbildungen auf der folgenden Seite.

c1) Bestimmen sie mit Hilfe des Diagramms das Maximum graphisch.
c2) Bestimmen sie das Maximum rechnerisch.



Sonne
Erdreich
Lagerraum
$+x$



$\Theta(x)$
x in m
$t = 1/2\tau$
$A(x)$
$t = 3/4\tau$
$t = 1/4\tau$
$-A(x)$
$t = 0$
0.6
0.4
0.2
0
-0.2
-0.4
-0.6
0
2
4
6
8
10

Aufgabe 4: *Wärmeabgabe einer Kochplatte* 12,5 von 50 Punkten

Die Kochplatte eine Elektroherdes wird mit einer Leistung von $P = 3\,KW$ elektrisch beheizt. Auf der Platte steht ein offener Topf, in dem Wasser siedet.

a) Welche Temperatur $\vartheta_{W,i}$ nimmt die Innenseite des Kochtopfbodens an, wenn sich das Wasser im Topf im Zustand des Blasensiedens befindet?

Nimmt man den Kochtopf von der Herdplatte, steigt ihre Temperatur so lange an, bis die elektrisch zugeführte Leistung durch Wärmeaustausch mit der Umgebung abgeführt wird.

b) Zeigen Sie, dass die Herdplatte in diesem stationären Zustand eine Temperatur von $\vartheta_P = 740°C$ erreicht.

Hinweis:
Für die konvektive Wärmeabgabe ist nur die Plattenoberfläche zu berücksichtigen, Wärmeleitung ist zu vernachlässigen.
Wenn Sie a) nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $\dot{q} = 61\,kW/m^2$

Plattendurchmesser = Topfdurchmesser	$d = 25cm$
Emmisionskoeffizient der Plattenoberfläche	$\varepsilon = 0,92$
Umgebungstemperatur	$\vartheta_u = 20°C$
Umgebungsdruck	$p_u = 1\,bar$

Berechnen Sie den Wärmeübergangskoeffizient im Bereich des Blasensiedens mit folgender Relation

$$\left(\frac{\alpha}{W/m^2K}\right) = 1,95 \cdot \left(\frac{\dot{q}}{W/m^2}\right)^{0,72} \cdot \left(\frac{p}{bar}\right)^{0,24}$$

WuSt Frühjahr 2004 - Lösungsvorschlag

Lösung Strahlung

a) $\Sigma F_{ji} = 1 \Rightarrow F_{Wand,gegenueberl.Wand} = 0,1$
$F_{Boden,Wand} * 100m^2 = F_{Wand,Boden} * 50m^2 \Rightarrow F_{Boden,Wand} = 0,15$
$\Sigma F_{ji} = 1 \Rightarrow F_{Boden,Decke} = 0,4$
$F_{Glas,Boden+Decke+Waende} = 1$ ergibt sich aus einfacher Anschauung
$F_{W+B+D,Glas} * 350m^2 = F_{Glas,W+B+D} * 50m^2 \Rightarrow F_{B+W+D,Glas} = \frac{1}{7}$
$\Sigma F_{ji} = 1 \Rightarrow F_{Wand+Boden+Decke,Wand+Boden+Decke} = \frac{6}{7}$

b) $\varepsilon + \varrho + \tau = 1 \Rightarrow \varrho_{Glas} = 0, \varrho_{Wand} = 0,05$

c) $\dot{Q}_{Str} = M_{Wand+Boden+Decke} * F_{W+B+D,Glas} - M_G * F_{G,W+B+D}$

$M_G = \sigma \epsilon_G A_G T_G^4 = 5,67 * 10^{-8} \frac{W}{K^4 m^2} * 0,95 * 50m^2 * 288^4 K^4 = 18,528kW$

$M_{W+B+D} = \sigma \epsilon_W T_W^4 (3A_W + 2A_{B,D}) + \varrho_W (M_G F_{G,W+B+D} + M_{W+B+D} F_{W+B+D,W+B+D})$
$\Rightarrow 0,957 M_{WBD} = \sigma \epsilon_W A_{WDB} T_W^4 + 0,05 M_G = 138945W + 926W$

$\Rightarrow M_{WBD} = 146,16kW$

$\dot{Q}_{Str} = 146,16kW * \frac{1}{7} - 18,528kW * 1 = 2351W$

Lösung Taucheranzug

a) $R_{ges}A = \frac{1}{1500\frac{W}{m^2K}} + \frac{0{,}0075m}{0{,}6\frac{W}{mK}} = 0,0131\frac{m^2K}{W}$

$\dot{Q} = \frac{\Delta T}{R_{ges}} \Rightarrow \dot{q} = \frac{\dot{Q}}{A} = \frac{\Delta T}{R_{ges}A}$

Rumpf: $\frac{7K}{0{,}0131\frac{m^2K}{W}} = 534,4\frac{W}{m^2}$

Extremitäten: $\frac{2K}{0{,}0131\frac{m^2K}{W}} = 152,7\frac{W}{m^2}$

b) Extremitäten: $R_{Ex}A_{Ex} = 0,0131\frac{m^2K}{W}$

$\dot{Q}_{Ex} = \frac{\Delta T_{Ex}}{R_{Ex}} = \frac{\Delta T_{Ex}A_{Ex}}{R_{Ex}A_{Ex}} = \frac{2K*0{,}9m^2}{0{,}0131\frac{m^2K}{W}} = 137,4W$

Rumpf: $R_{Rumpf}A_{Rumpf} = \frac{1}{1500\frac{W}{m^2K}} + \frac{0{,}0075m}{0{,}6\frac{W}{mK}} + \frac{0{,}003m}{0{,}4\frac{W}{mK}} = 0,0207\frac{m^2K}{W}$

$\dot{Q}_{Rumpf} = \frac{\Delta T_{Rumpf}}{R_{Ex}} = \frac{\Delta T_{Rumpf}A_{Rumpf}}{R_{Rumpf}A_{Rumpf}} = \frac{7K*1{,}1m^2}{0{,}0207\frac{m^2K}{W}} = 372,0W$

Gesamt: $\dot{Q}_{ges} = \dot{Q}_{Ex} + \dot{Q}_{Rumpf} = 137,4W + 372,0W = 509,4W$

Abgabe in 10 Minuten: $Q = \dot{Q}_{ges} * 600s = 305,6kJ$

c) $\dot{q}_{Anzug} = \dot{q}_{gesamt}$

$\Rightarrow \frac{\Delta T_{Anzug}}{R_{Anzug}} \stackrel{!}{=} \frac{\Delta T_{ges}}{R_{ges}} = \frac{7K}{0{,}0207} = 338,16\frac{W}{m^2}$

$\Delta T_{Anzug} = 338,16\frac{W}{m^2}\frac{0{,}0075m}{0{,}6\frac{W}{Km}} = 4,227K$

$T_{Grenzschicht} = T_{Rumpf} - \Delta T_{Anzug} = 20,77°C$

d) $\dot{q}_{Ex} \stackrel{!}{=} \dot{q}_{Rumpf}$

$$\frac{\Delta T_{Ex}}{\frac{1}{1500\frac{W}{m^2K}} + \frac{0{,}0075m}{0{,}6\frac{W}{mK}}} \stackrel{!}{=} \frac{\Delta T_{Rumpf}}{\frac{1}{1500\frac{W}{m^2K}} + \frac{0{,}0075m}{0{,}6\frac{W}{mK}} + \frac{d_{Weste}}{0{,}4\frac{W}{mK}}}$$

Nach einfachen Umformungen erhält man: $d_{Weste} = 0,0132m \approx 13mm$

Lösung Erwärmung d. Erdbodens:

a)

$$\frac{A(\delta)}{A(x=0)} \stackrel{!}{=} e^{-1}$$

$$\frac{\frac{1}{2}e^{-2\pi\frac{\delta}{l}}}{\frac{1}{2}} = e^{-1}$$

$$\Rightarrow \delta = \frac{l}{2\pi} = \frac{\sqrt{\tau}}{2\pi} \approx 3m \tag{1}$$

b)

$$\Delta T = 15K,\ \lambda = \frac{1}{4\pi}\frac{m^2}{Tag},\ \tau = 365\text{Tage}$$

Die Abnahme der ursprünglichen Schwankungsbreite ΔT mit fortschreitender Tiefe x wird durch die Einhüllende beschrieben. Nach

$$\Theta(x,t) = -\underbrace{\frac{1}{2}e^{-2\pi\frac{x}{l}}}_{A(x)}\cos\left(2\pi\left(\frac{x}{l}-\frac{t}{\tau}\right)\right) \tag{2}$$

geht also die Einhüllende mit $A(x)$. Die „Dicke" der Einhüllenden, d.h. die gesuchte Schwankungsbreite, ist einfach die doppelte Amplitude (da $-1 \leq \cos x \leq 1$).

also:

$$\begin{aligned}
\delta T &= |2\cdot\Delta T\cdot A(x)| \\
&= 2\cdot\Delta T\cdot\frac{1}{2}\cdot e^{-2\pi\frac{x}{l}} \\
&= \Delta T\cdot e^{-2\pi\frac{x}{l}} \\
5K &\stackrel{!}{=} \Delta T\cdot e^{-2\pi\frac{x}{l}} \\
x &= \ln\left(\frac{\Delta T}{\delta T}\right)\cdot\left(\frac{l}{2\pi}\right)
\end{aligned}$$

Daraus folgt für $\Delta T = 15K$ und $\tau = 365\text{Tage}$ $x \approx 3,3\ m$.

c)

$$
\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial x}\Theta(x,t=\frac{3}{4}\tau) &\overset{!}{=} 0 \\
\frac{\partial}{\partial x}\Theta &= -\frac{1}{2}\left(-\frac{2\pi}{l}\right)\cdot e^{-2\pi\frac{x}{l}}\cdot\cos\left(2\pi\left(\frac{x}{l}-\frac{3/4\tau}{\tau}\right)\right) \\
&\quad +\frac{1}{2}e^{-2\pi\frac{x}{l}}\ \sin\left(2\pi\left[\frac{x}{l}-\frac{3}{4}\right]\right)\cdot\frac{2\pi}{l} \\
&= \underbrace{\frac{\pi}{l}e^{-2\pi\frac{x}{l}}}_{\neq 0}\cdot\underbrace{\left\{\sin\left(2\pi\left[\frac{x}{l}-\frac{3}{4}\right]\right)+\cos\left(2\pi\left[\frac{x}{l}-\frac{3}{4}\right]\right)\right\}}_{\overset{!}{=}0} \\
\Rightarrow \sin\left(2\pi\left[\frac{x}{l}-\frac{3}{4}\right]\right) &= -\cos\left(2\pi\left[\frac{x}{l}-\frac{3}{4}\right]\right) \\
\sin\left(\frac{2\pi}{l}\ x-\frac{3}{2}\pi\right) &\overset{\cos(x)=\cos(-x)}{=} -\cos\left(\frac{3}{2}\pi-\frac{2\pi}{l}\ x\right) \\
\overset{\substack{\sin(x-\frac{3}{2}\pi)=\cos(x)\\ \cos(\frac{3}{2}\pi+x)=\sin x}}{\iff} \cos\left(\frac{2\pi}{l}\ x\right) &= -\sin\left(-\frac{2\pi}{l}\ x\right) \\
\overset{\sin(-x)=-\sin(x)}{\iff} \cos\left(\frac{2\pi}{l}\ x\right) &= \sin\left(\frac{2\pi}{l}\ x\right) \\
\cos\left(\frac{2\pi}{l}\ x\right) &= \sin\left(\frac{2\pi}{l}\ x\right) \\
\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) &= \sin\left(\frac{\pi}{4}\right) \\
\Longrightarrow \frac{2\pi}{l}\ x &\overset{!}{=} \frac{\pi}{4} \\
\iff x &= \frac{1}{8}\ l\ \approx\ 2,3\ m
\end{aligned}
$$

Wegen der Symmetrie existiert natürlich noch eine weitere Lösung bei $\pi+\frac{\pi}{4}=\frac{5}{4}\pi$. Beide Lösungen sind 2π–periodisch, aber wegen der starken Dämpfung kommt nur das erste (globale) Maximum in Frage.

Kochplatte: Wärmeübergang mit/ohne Phasenwechsel, Strahlung

Die Kochplatte eine Elektroherdes wird mit einer Leistung von $P = 3\,KW$ elektrisch beheizt. Auf der Platte steht ein offener Topf, in dem Wasser siedet.

a) Welche Temperatur $\vartheta_{W,i}$ nimmt die Innenseite des Kochtopfbodens an, wenn sich das Wasser im Topf im Zustand des Blasensiedens befindet?

Nimmt man den Kochtopf von der Herdplatte, steigt ihre Temperatur so lange an, bis die elektrisch zugeführte Leistung durch Wärmeaustausch mit der Umgebung abgeführt wird.

b) Zeigen Sie, dass die Herdplatte in diesem stationären Zustand eine Temperatur von $\vartheta_P = 740°C$ erreicht.

Hinweis:
Für die konvektive Wärmeabgabe ist nur die Plattenoberfläche zu berücksichtigen, Wärmeleitung ist zu vernachlässigen.
Wenn Sie a) nicht gelöst haben, rechnen Sie mit $\dot{q} = 61\,kW/m^2$

Plattendurchmesser = Topfdurchmesser	$d = 25cm$
Emmisionskoeffizient der Plattenoberfläche	$\varepsilon = 0,92$
Umgebungstemperatur	$\vartheta_u = 20°C$
Umgebungsdruck	$p_u = 1\,bar$

Berechnen Sie den Wärmeübergangskoeffizient im Bereich des Blasensiedens mit folgender Relation

$$\left(\frac{\alpha}{W/m^2K}\right) = 1,95 \cdot \left(\frac{\dot{q}}{W/m^2}\right)^{0,72} \cdot \left(\frac{p}{bar}\right)^{0,24}$$

Lösung

zu a) Da der Topf offen ist, gilt $p = p_u = 1\,bar$, und im Siedezustand ist $\vartheta = \vartheta_s(p_u) = 100°C$. Es wird angenommen, dass sich das Wasser im Zustand des Blasensiedens befindet, daher berechnet sich α gemäß der angegebenen Beziehung

$$\left(\frac{\alpha}{W/m^2K}\right) = 1,95 \cdot \left(\frac{\dot{q}}{W/m^2}\right)^{0,72} \cdot \left(\frac{p}{bar}\right)^{0,24}$$

mit

$$\dot{q} = \frac{P}{A_{Platte}} = \frac{3000\,W}{\frac{\pi}{4} \cdot 0,25^2\,m^2} = 61115,5\,\frac{W}{m^2}$$

Somit folgt für den Wärmeübergangskoeffizienten

$$\alpha = 5445,82\,\frac{W}{Km^2}$$

Die zugeführte Wärmestromdichte $\dot{q}$ wird konvektiv an das Wasser übertragen, d.h. es gilt

$$\dot{q} = \alpha \cdot (\vartheta_{W,i} - \vartheta_s).$$

Damit ist

$$\vartheta_{W,i} = \frac{tq}{\alpha} + \vartheta_s = \frac{61115,5\,Wm^2K}{5449,82\,m^2W} + 100°C = 111,22°C.$$

zu b) Nimmt man den Kochtopf von der Herdplatte, fordert die Energiebilanz, dass die zugeführte Wärmestromdichte durch freie Konvektion an der Plattenoberfläche und durch Strahlungsaustauch mit der Umgebung abgegeben wird, d.h. es gilt

$$\dot{q} = 61115,5\,\frac{W}{m^2} = \dot{q}_{Konvektion} + \dot{q}_{Strahlung}$$

mit

$$\begin{aligned} \dot{q}_{Konvektion} &= \alpha \cdot (T_{Platte} - T_u) \\ \dot{q}_{Strahlung} &= \sigma \cdot \varepsilon_{Platte} \cdot \left(T^4_{Platte} - T^4_u\right) \quad \text{mit} \quad A_u \gg A_{Platte} \cdot \dot{q} = 61115,5\,\frac{W}{m^2} = \dot{q}_{Konvektion} \end{aligned}$$

Zur Bestimmung von $\dot{q}_{Konvektion}$ muss α für die freie Konvektion an einer Plattenoberfläche mit Wärmeabgabe an der Oberseite bestimmt werden. Die Stoffwerte der Luft bei $\vartheta_m = 380°C$ sind

$$\begin{aligned} Pr &= 0,7126 \\ \nu &= 614,44 \cdot 10^{-7}\,m^2/s \\ \lambda &= 48,79610^{-3}\,Wm/K \\ \text{und} \quad \beta &= 3,42110^{-3}\,1/K \quad \text{bei} \quad T_u \end{aligned}$$

Mit der charakteristischen Länge

$$l = \frac{d}{4} = 0,0625\,m$$

folgt

$$\begin{aligned} Gr &= \frac{g\,l^3}{\nu^2} \cdot \beta \cdot (\vartheta_{Platte} - \vartheta_u) \\ &= \frac{9,81\,m \cdot 2,4414\,10^{-4}\,m^3 \cdot 3,421\,10^{-3} \cdot 720\,K\,s^2}{s^2 \cdot 3,77536\,10^{-9}\,m^4\,K} = 1562554,4. \end{aligned}$$

Mit

$$f_2 = \left[1 + \left(\frac{0,322}{Pr}\right)^{11/20}\right]^{-20/11} = 0,3981$$

ergibt sich

$$Ra \cdot f_2 = Pr \cdot Gr \cdot f_2 = 443274,9 > 7 \cdot 10^4,$$

d.h. Nu berechnet sich aus

$$Nu = 0,15 \cdot \sqrt[3]{Ra \cdot f_2} = 11,437.$$

Damit ergibt sich α zu

$$\alpha = \frac{Nu \cdot \lambda}{l} = \frac{11,437 \cdot 48,796\,10^{-3}\,W}{0,0625\,K\,m^2} = 8,929 \frac{W}{K\,m^2}.$$

Einsetzen in die Energiebilanz liefert

$$\begin{aligned} \dot{q} &= 8,929\,\frac{W}{K\,m^2} \cdot 720\,K + 0,92 \cdot 5,67 \cdot 10^{-8}\,\frac{W}{K^4\,m^2} \cdot (1013,15^4 K^4 - 293,15^4 K^4) \\ &= 61006,06\,\frac{W}{m^2} \end{aligned}$$

d.h. die abgeführte Wärmestromdichte stimmt hinreichend genau mit der zugeführten Wärmestromdichte von $\dot{q} = 61115,5\,\frac{W}{m^2}$ überein ($\Delta\dot{q} < 0,2\,\%$).