Institut für Thermodynamik
Technische Universität Braunschweig
Prof. Dr. Jürgen Köhler

25. Februar 2008

Klausur zur Vorlesung

Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechengang muss erkennbar sein! Interpolationsvorschriften sind anzugeben. Quadratische Gleichungen sind analytisch zu lösen.

Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten.

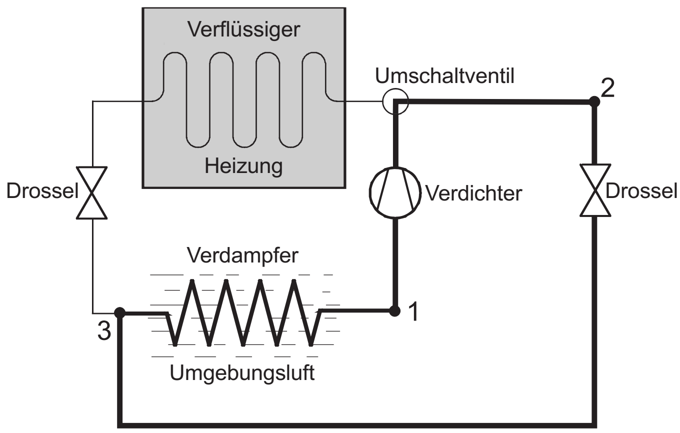
Bitte denken Sie daran, die Seite 8 auf jeden Fall mit abzugeben. Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

Aufgabe 1: *Heißgasabtauung* 14 von 50 Punkten

Kurzfrage 1

Wie werden Wirkungsgrade allgemein definiert und wie unterscheidet sich die Leistungszahl einer Kältemaschine ϵ_{KM} von derjenigen einer Wärmepumpe ϵ_{WP}? Schreiben Sie beide Gleichungen in Worten auf.

Wird bei Wärmepumpen als natürliche Wärmequelle Luft verwendet, kommt es bei niedrigen Lufttemperaturen und hohen Luftfeuchten zu einer Vereisung des Verdampfers. Um auch bei diesen kritischen Luftzuständen einen störungsfreien Betrieb der Wärmepumpe zu gewährleisten, muss eine Einrichtung zur Verdampferabtauung vorgesehen werden. Oft wird dazu die sogenannte Heißgasabtauung eingesetzt. Bei ihr wird im Abtaubetrieb das Kältemittel so umgeleitet, dass es nach dem Verdichter in einer Bypassleitung gedrosselt wird und anschließend zur Wärmeübertragung an das Eis den Verdampfer durchströmt. Ein einfaches Anlagenschema einer Wärmepumpe mit der beschriebenen Heißgasabtauung zeigt die Abbildung. Die dicken Linien verdeutlichen den Kältemittelumlauf im Abtaubetrieb.



a) Berechnen Sie die auf die jährliche Betriebszeit bezogene gemittelte Heizleistung der Wärmepumpe $\dot{Q}_H$ im stationären Heizbetrieb bei Vernachlässigung der Wärmeverluste des Verdichters und der Kältemittelleitungen.

   Zeichnen Sie eine Skizze der Wärmepumpe mit <u>allen</u> ein- und austretenden Energieströmen und bestimmen Sie die gemittelte Heizleistung $\dot{Q}_{H,V}$ sowie die Leistungszahl $\epsilon_{WP,H,V}$ im stationären Heizbetrieb unter Berücksichtigung der Verluste.

b) Für den störungsfreien Heizbetrieb muss die Wärmepumpe im Jahr 100 Stunden abgetaut werden. Die aufzubringende Antriebsleistung des Verdichters während des Abtauprozesses reduziert die Gesamteffizienz der Wärmepumpe. Berechnen Sie die über das Jahr gemittelte Leistungszahl der Wärmepumpe $\epsilon_{WP,H,V,A}$ unter Berücksichtigung der Abtauung sowie der Wärmeverluste im Heizbetrieb.

c) Nehmen Sie an, dass sich das Kältemittel für den Abtauprozess wie ein ideales Gas verhält. Zeichnen Sie die Zustandsänderungen des Kältemittels für die verlustfreie Heißgasabtauung in ein T,s-Diagramm und in ein p,v-Diagramm qualitativ ein. Zeichnen Sie die spezifische Abtauleistung $\dot{q}_A$ ein.

d) Berechnen Sie nun die Abtauleistung $\dot{Q}_{A,V}$ der Heißgasabtauung im stationären Betrieb mit Berücksichtigung der Wärmeverluste. Zeichnen Sie dazu eine Skizze des Abtauprozesses mit <u>allen</u> ein- und austretenden Energieströmen.

e) Bei einem typischen Abtauprozess müssen 0,8 kg Eis abgetaut werden? Wie lange dauert der gesamte isobare Schmelzvorgang bei einer Abtauleistung von $\dot{Q}_A = 0,7$ kW?

f) Welche Exergie besitzt das unterkühlte Eis aus e) zu Beginn der Abtauung?

Für die Berechnungen gelten die nachfolgenden Vorgaben und Stoffwerte:

von der Wärmepumpe aus der Umgebungsluft im Jahr aufgenommene Wärmemenge	Q_U	29800 MJ
jährliche Betriebszeit der Wärmepumpe im Heizbetrieb	t_H	1800 h/a
mittlere Leistungsaufnahme des Verdichters im Heizbetrieb	$\dot{W}_{t,H}$	1,6 kW
Wärmeverlust des Verdichters im Heizbetrieb	$\dot{Q}_{V,H}$	300 W
Wärmeverlust der Kältemittelleitungen im Heizbetrieb	$\dot{Q}_{L,H}$	80 W
mittlere Leistungsaufnahme des Verdichters im Abtaubetrieb	$\dot{W}_{t,A}$	1 kW
Wärmeverlust des Verdichters im Abtaubetrieb	$\dot{Q}_{V,A}$	200 W
Wärmeverlust der Kältemittelleitungen im Abtaubetrieb	$\dot{Q}_{L,A}$	110 W
Umgebungstemperatur	ϑ_U	2°C
Eistemperatur zu Beginn der Abtauung	ϑ_{Eis}	-2°C
Tauwassertemperatur am Ende der Abtauung	ϑ_{Wasser}	2°C

Für Aufgabenteile e) und f) gilt:

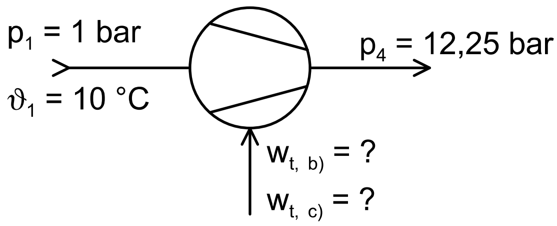
spezifische Wärmekapazität des Eises	c_E	2,1 kJ/(kg K)
spezifische Wärmekapazität des Wassers	c_W	4,182 kJ/(kg K)
spezifische Schmelzenthalpie des Eises	$\Delta h_{S,H_2O}$	334 kJ/kg

Aufgabe 2: *Ideales Gas* 13 von 50 Punkten

Kurzfrage 2

Ein ideales Gas wird zunächst mit einer technischen Arbeit von 1,3 kJ adiabat komprimiert. Es folgt ein Prozess, bei dem das Gas wieder auf die Ausgangstemperatur isochor abgekühlt wird. Wie groß ist die abgeführte Wärme? Rechnung!

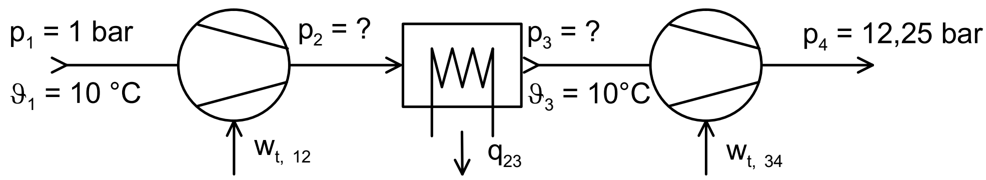
Ein Luftkompressor soll Umgebungsluft mit der Temperatur $\vartheta_1 = 10°\text{C}$ von $\text{p}_1 = 1$ bar auf $\text{p}_4 = 12{,}25$ bar verdichten. Die Luft kann als ideales Gas mit $\text{R}_i = 0{,}287$ kJ/(kg K) und dem Verhältnis der Wärmekapazitäten $\gamma = 1{,}4$ angesehen werden.



a) Wie groß ist die für eine reversibel adiabate Kompression benötigte spezifische technische Arbeit? Zeichnen Sie die Zustandsänderung in ein p,v-Diagramm ein. Beachten Sie, dass Sie die Prozesse aus Aufgabenteilen b) und c) ebenfalls in dieses Diagramm zeichnen sollen.

b) Wie viel Prozent der Antriebsleistung lassen sich einsparen, wenn die reversibel adiabate Prozessführung durch eine reversibel isotherme Prozessführung ersetzt wird? Zeichnen Sie die Zustandsänderung in das p,v-Diagramm aus a) ein.

Für eine unter konstruktiven Gesichtspunkten praktikable Verringerung der Antriebsleistung soll die Kompression in zwei näherungsweise reversibel adiabaten Stufen mit dazwischen geschaltetem isobaren Kühler durchgeführt werden. Das Gas werde in dem Kühler wieder bis auf Umgebungstemperatur abgekühlt.



c) Zeigen Sie, bei welchem Druck die Zwischenkühlung stattfinden muss, wenn die insgesamt benötigte spezifische technische Arbeit, $w_{t,ges}$, minimiert werden soll. Wie groß ist die benötigte technische Arbeit und welche Einsparung ergibt sich daraus im Vergleich zur einstufigen reversibel adiabaten Kompression? Zeichnen Sie die Zustandsänderungen 1 bis 4 in das p,V-Diagramm aus a) ein.

Hinweis: $\dfrac{dx^a}{dx} = a\,\dfrac{x^a}{x}$

Kurzfrage 3

Erläutern Sie das Phänomen der kritischen Opaleszenz.

In einem Druckbehälter mit dem Volumen 10^{-3} m^3 befindet sich 0,5 kg Kohlendioxid (CO_2) bei einer Temperatur von 40°C. Das pvT-Verhalten des CO_2 kann mit Hilfe der thermischen Zustandsgleichung von van-der-Waals beschrieben werden.

a) Ermitteln Sie den im Behälter herrschenden Druck p.

b) Ausgehend von der allgemeinen Form des vollständigen Differentials der spezifischen Enthalpie $h(T, p, n_1, n_2, \ldots n_k)$ leiten Sie die folgende Beziehung her:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial p}\right)_h = \frac{1}{c_p}\left[T\left(\frac{\partial v}{\partial T}\right)_p - v\right]$$

c) Verwenden Sie die unter b) angegebene Beziehung zur Ermittlung des Joule-Thomson-Koeffizienten des im Druckbehälter befindlichen CO_2 und machen Sie eine Aussage darüber, ob es bei einer isenthalpen Drosselung zur Abkühlung oder Erwärmung des Gases kommen wird.

Die van-der-Waals-Zustandsgleichung lautet:

$$p_{vdw} = \frac{R_k \cdot T}{v - b} - \frac{a}{v^2}$$

wobei:

$$a = \frac{27}{64} \cdot \frac{R_k^2 \cdot T_c^2}{p_c}$$
$$b = \frac{R_k \cdot T_c}{8 \cdot p_c}$$

Stoffdaten des Kohlendioxids:

kritische Temperatur	T_c	304,2 K
kritischer Druck	p_c	7,38 MPa
spezifische Gaskonstante	R_k	0,189 kJ/(kg K)
isobare spezifische Wärmekapazität unter Systembedingungen	c_p	4,5 kJ/(kg K)

Aufgabe 4: *Feuchte Luft/1. Hauptsatz* 12 von 50 Punkten

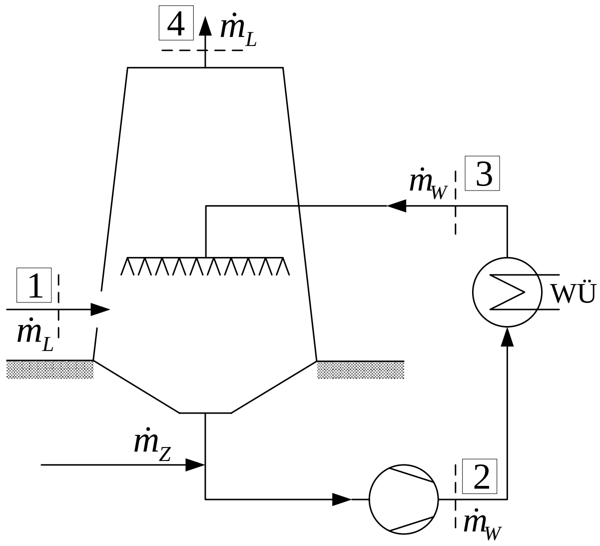
In einem Kühlturm wird Abwärme an die Umgebung abgeführt.

Der Kühlwassermassenstrom $\dot{m}_W$ wird im Kühlturm versprüht, verdunstet zum Teil und gibt dabei einen Wärmestrom $\dot{Q}$ an den Luftmassenstrom ab, der mit dem Zustand 1 eintritt und mit dem Zustand 4 austritt.

Der trockene Luftmassenstrom $\dot{m}_{L,tr}$ bleibt bei der Zustandsänderung konstant.

Die von der Luft aufgenommene Wassermenge wird durch einen Zusatzwassermassenstrom $\dot{m}_Z$ ersetzt.

Hinweis: Die Pumpenarbeit kann in den Berechnungen vernachlässigt werden.



Kurzfrage 4

Stellen Sie einen allgemeinen Zusammenhang zwischen dem Wassergehalt x, der relativen Feuchte φ, dem Molekulargewicht der trockenen Luft M_L und dem Molekulargewicht des Wassers M_W auf.

Der Luftmassenstrom tritt im Zustand 1 mit $\vartheta_1 = 15°C$, $p_1 = 1{,}0$ bar und $\varphi = 0{,}5$ in den Kühlturm ein. An der Kühlturmkrone tritt der feuchte Luftmassenstrom vom Zustand 4 mit $\vartheta_4 = 25°C$ und $p_4 = 1{,}0$ bar aus.

a) Berechnen Sie den Wassergehalt und die spezifischen Enthalpien des Luftmassenstroms im Zustand 1 (ungesättigtes Gebiet) und 4 (Nebelgebiet). Verwenden Sie für die Berechnung des Wassergehalts im Zustand 4 folgende Gleichung:

$$x = x_S(25°C) + 0,00268\frac{kg}{kg}$$

Tragen Sie die Punkte 1 und 4 in das h,x-Diagramm ein.

b) Wie groß ist die spezifische Enthalpie im Zustand 3? Welcher Aggregatzustand (flüssig oder dampfförmig) liegt hier vor?

Lösen Sie das Problem sowohl mit Hilfe des h,x-Diagramms als auch rechnerisch.

Nach der Mischung mit dem Zusatzwassermassenstrom $\dot{m}_Z$ ($h_Z = 104,84$ kJ/kg) besitzt der Kühlwassermassenstrom $\dot{m}_W$ im Zustand 2 die Temperatur $\vartheta_2 = 26°C$. Im Wärmeübertrager WÜ wird er durch den Wärmestrom $\dot{Q} = 775$ MW verdampft und im Zustand 3 in den Kühlturm eingespritzt. Nehmen Sie an, dass die spezifische Enthalpie im Zustand 3 $h_3 = 2750$ kJ/kg beträgt, falls Sie Aufgabenteil b) nicht gelöst haben.

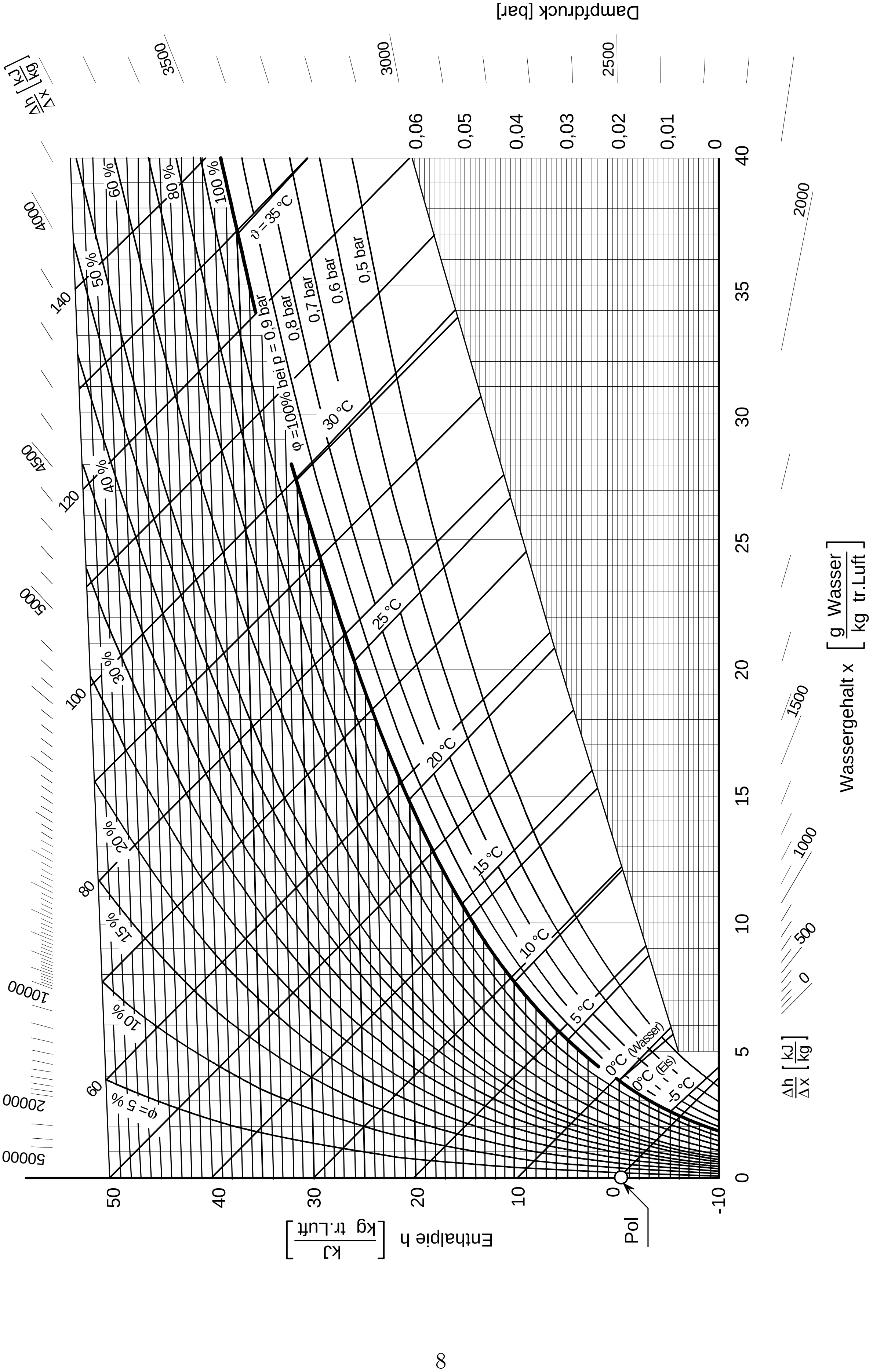
c) Ermitteln Sie die eingesetzten Wassermassenströme $\dot{m}_W$ und $\dot{m}_Z$, sowie den trockenen Luftmassenstrom $\dot{m}_{L,tr}$.

Stoffwerte:

Molmasse der Luft	M_L	28,96 kg/kmol
Molmasse des Wassers	$M_W = M_D$	18,01 kg/kmol
Wärmekapazität der Luft	$c_{p,L}$	1,005 kJ/(kg °C)
Wärmekapazität des Dampfes	$c_{p,D}$	1,92 kJ/(kg °C)
Wärmekapazität des Wassers	$c_{p,W}$	4,182 kJ/(kg °C)
Verdampfungsenthalpie des Wassers	$\Delta h_{V,W}$	2502 kJ/kg

Auszug aus der Dampftafel:

$\frac{\vartheta}{°C}$	$\frac{p}{bar}$	$\frac{v'}{m^3/kg}$	$\frac{v''}{m^3/kg}$	$\frac{h'}{kJ/kg}$	$\frac{h''}{kJ/kg}$	$\frac{s'}{kJ/(kg\,K)}$	$\frac{s''}{kJ/(kg\,K)}$
10.0	0.0123	0.00100	106.3952	42.0	2518.9	0.1512	8.8985
15.0	0.0170	0.00100	77.9637	63.0	2528.1	0.2244	8.7793
20.0	0.0234	0.00100	57.8386	83.9	2537.3	0.2963	8.6652
25.0	0.0317	0.00100	43.4094	104.8	2546.4	0.3670	8.5561
30.0	0.0424	0.00100	32.9391	125.6	2555.5	0.4364	8.4516


Dampfdruck [bar]
3500
3000
2500
2000
1500
1000
500
0
4000
4500
5000
10000
20000
50000
$\frac{\Delta h}{\Delta x}\left[\frac{kJ}{kg}\right]$
0,06
0,05
0,04
0,03
0,02
0,01
0
140
120
100
80
60
100 %
80 %
60 %
50 %
40 %
30 %
20 %
15 %
10 %
φ = 5 %
ϑ = 35 °C
30 °C
25 °C
20 °C
15 °C
10 °C
5 °C
0°C (Wasser)
0°C (Eis)
-5 °C
φ =100% bei p = 0,9 bar
0,8 bar
0,7 bar
0,6 bar
0,5 bar
Wassergehalt x $\left[\frac{g\ \text{Wasser}}{kg\ \text{tr.Luft}}\right]$
0
5
10
15
20
25
30
35
40
Enthalpie h $\left[\frac{kJ}{kg\ \text{tr.Luft}}\right]$
50
40
30
20
10
0
-10
Pol

Kurzfrage 1

Allgemeine Definition:

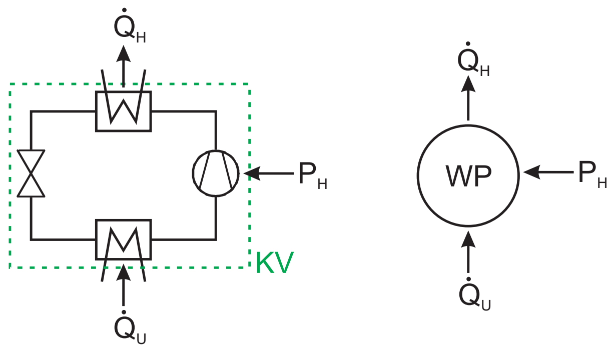
$$\text{Leistungszahl} = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}}$$

Der Aufwand bei der Kältemaschine (KM) ist ebenso wie bei der Wärmepumpe (WP) die Leistungsaufnahme des Verdichters. Bei ihrem Nutzen unterscheiden sich die beiden Prozesse jedoch. Der Nutzen der KM ist die im Verdampfer geleistete Kühlung der Umgebung, wohingegen die WP über den Kondensator der Umgebung Nutzwärme zur Verfügung stellt.

$$\epsilon_{KM} = \frac{\text{Kälteleistung}}{\text{aufzuwendende Arbeitsleistung}} = \frac{\dot{Q}_K}{\dot{W}}$$

$$\epsilon_{WP} = \frac{\text{Heizleistung}}{\text{aufzuwendende Arbeitsleistung}} = \frac{\dot{Q}_H}{\dot{W}}$$

a) Skizze:



1. HS:

$$\frac{d}{dt}\int\limits_{V_{KV}} \rho\left(u+\frac{w^2}{2}+\psi\right)dV = \sum_K\left[\dot{m}\left(h+\frac{w^2}{2}+\psi\right)\right]_K + \sum_j \dot{Q}_j + \sum_i \dot{W}_{ti} - p\frac{dV_{KV}}{dt}$$

da WP-Kreisprozess stationär, keine ein- oder austretenden Massenströme, keine Volumenänderungsarbeit folgt

$$\Rightarrow 0 = -\dot{Q}_H + \dot{Q}_U + P_H$$

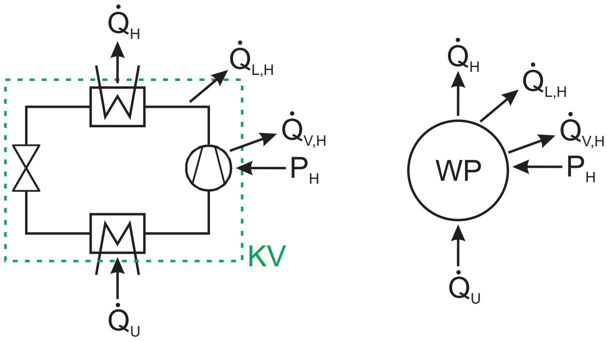
mit

$$\dot{Q}_U = \frac{Q_U}{t_H} = \frac{29800 \cdot 10^6\,J}{(1800 \cdot 60 \cdot 60)\,s} = 4598,8\,\frac{J}{s} = 4,6\,kW$$

folgt

$$\dot{Q}_H = \dot{Q}_U + P_H = 4,6\,kW + 1,6\,kW = \underline{6,2\,kW}$$

Skizze:



aus 1. HS für die WP im Heibetrieb folgt:

$$0 = -\dot{Q}_{H,V} - \dot{Q}_{L,H} - \dot{Q}_{V,H} + \dot{Q}_U + P_H$$

somit ist die Heizleistung unter Berücksichtigung der Wärmeverluste:

$$\Rightarrow \dot{Q}_{H,V} = -\dot{Q}_{L,H} - \dot{Q}_{V,H} + \dot{Q}_U + P_H = -80\,W - 300\,W + 4,6\,kW + 1,6\,kW = \underline{5,82\,kW}$$

Leistungszahl:

$$\epsilon_{WP,H,V} = \frac{\dot{Q}_{H,V}}{P_H} = \frac{5,82\,kW}{1,6\,kW} = \underline{3,6375}$$

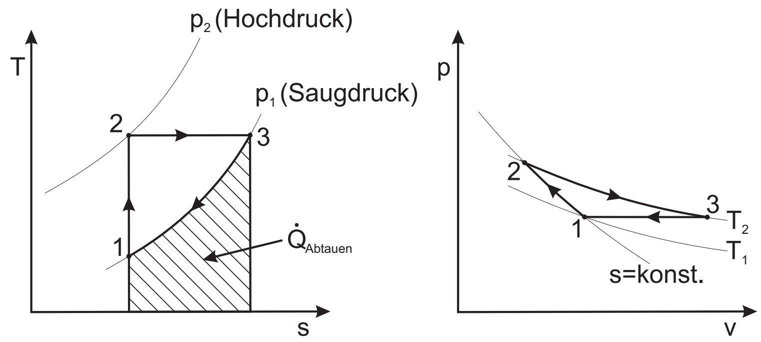
b)

$$\text{Leistungszahl} = \frac{\text{Nutzen}}{\text{Aufwand}}$$

In diesem Fall ist der Nutzen die Heizleistung $\dot{Q}_{H,V}$. Der Aufwand ist die Summe aus der Leistungsaufnahme des Verdichters für den Heiz- und den Abtaubetrieb gewichtet mit den Zeitanteilen.

$$\epsilon_{WP} = \frac{1800\,h \cdot \dot{Q}_{H,V}}{1800\,h \cdot P_H + 100\,h \cdot P_A} = \frac{1800\,h \cdot 5,82\,kW}{1800\,h \cdot 1,6\,kW + 100\,h \cdot 1\,kW} = \underline{3,515}$$

c) für Drosselungen gilt, dass bei idealem Gas isenthalpe Drosselung gleich isothermer Drosselung ist, da $dh = c_p dT$.



d) 1. HS:

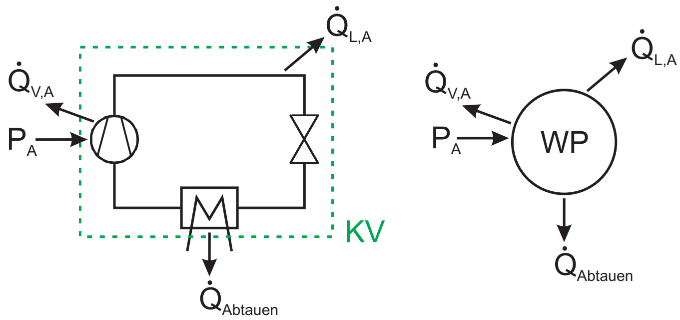
$$\frac{d}{dt}\int_{V_{KV}} \rho\left(u + \frac{w^2}{2} + \psi\right) dV = \sum_K \left[\dot{m}\left(h + \frac{w^2}{2} + \psi\right)\right]_K + \sum_j \dot{Q}_j + \sum_i \dot{W}_{ti} - p\frac{dV_{KV}}{dt}$$

da Heißgasabtauungs-Kreisprozess stationär, keine ein- oder austretenden Massenströme, keine Volumenänderungsarbeit folgt

$$\Rightarrow 0 = -\dot{Q}_{V,A} - \dot{Q}_{L,A} - \dot{Q}_{Abtauen} + P_A$$

$$\Rightarrow \dot{Q}_{Abtauen} = P_A - \dot{Q}_{V,A} - \dot{Q}_{L,A} = 1\,kW - 200\,W - 110\,W = \underline{0,69\,kW}$$

Skizze:



e) Der Schmelzvorgang des unterkühlten Eises (H_2O) erfolgt als isobare Zustandsänderung.

$$\dot{Q}_{Abtauen} = \dot{m}_{H_2O}\left(h_{2,H_2O} - h_{1,H_2O}\right)$$

Berechnung der Enthalpien des H_2O im Zustand 1 (Beginn der Abtauung) und im Zustand 2 (Ende der Abtauung) mit Enthalpienullpunkt bei flüssigem H_2O mit 0 °C:

$$h_{1,H_2O}\left(-2\,°C\right) = -\left(\Delta h_{S,H_2O} - c_E \cdot \vartheta\right) = -\left(334\,\frac{kJ}{kg} - 2,1\,\frac{kJ}{kg\,K} \cdot 2\,K\right) = -338,2\frac{kJ}{kg}$$

$$h_{2,H_2O}\left(2\,°C\right) = -c_W \cdot \vartheta = 4,182\,\frac{kJ}{kg\,K} \cdot 2\,K = 8,364\frac{kJ}{kg}$$

$$h_{2,H_2O} - h_{1,H_2O} = 346,564\frac{kJ}{kg}$$

Berechnung der Abtaudauer über den Abtaumassenstrom:

$$\dot{m}_{H_2O} = \frac{\dot{Q}_{Abtauen}}{\left(h_{2,H_2O} - h_{1,H_2O}\right)} = \frac{0,7\,kW}{346,564\,\frac{kJ}{kg}} = 0,00202\,\frac{kg}{s} = 2,02\frac{g}{s}$$

$$\Delta t = \frac{m_{H_2O}}{\dot{m}_{H_2O}} = \frac{0,8\,kg}{0,00202\,\frac{kg}{s}} = 396,04\,s = \underline{6,6\,Minuten}$$

f) Die Temperatur der Umgebung entspricht der Temperatur des abgetauten Wassers (2 °C).

Exergie:

$$-W_{ex} = U_1 - U_U + p_U\left(V_1 - V_U\right) - T_U\left(S_1 - S_U\right)$$

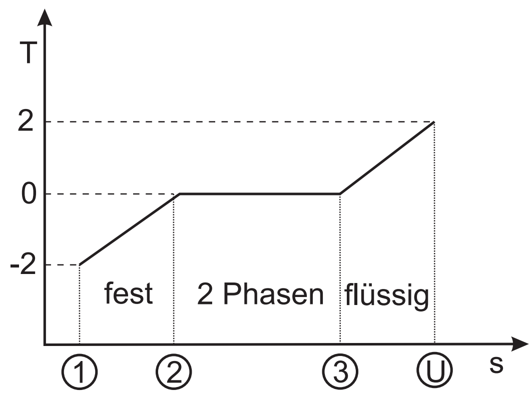
mit $H = U + pV$ und $p_1 = p_U$ (da isobar bei Umgebungsdruck)

$$\Rightarrow -W_{ex} = H_1 - H_U - T_U\left(S_1 - S_U\right)$$

Berechnung von $H_1 - H_U$ (siehe Aufgabe f)):

$$H_1 - H_U = m_{H_2O}\left(h_{1,H_2O} - h_{2,H_2O}\right) = 0,8\,kg \cdot \left(-346,564\,\frac{kJ}{kg}\right) = -277,2512\,kJ$$

Berechnung von $S_1 - S_U$:



(1) $\rightarrow$ (2):

$$\Delta s_E = s_2 - s_1 = c_E \cdot ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) = 2,1\frac{kJ}{kg\,K} \cdot ln\left(\frac{273,15\,K}{271,15\,K}\right) = 0,0154\,\frac{kJ}{kg\,K}$$

(2) $\rightarrow$ (3): aus $\Delta h_S = T_0\,(s_3 - s_2)$ folgt

$$\Rightarrow \Delta s_{EW} = s_3 - s_2 = \frac{\Delta h_S}{T_0} = \frac{334\,\frac{kJ}{kg}}{273,15\,K} = 1,223\,\frac{kJ}{kg\,K}$$

(3) $\rightarrow$ (U): inkompressibel

$$\Delta s_W = s_U - s_3 = c_W \cdot ln\left(\frac{T_U}{T_3}\right) = 4,182\frac{kJ}{kg\,K} \cdot ln\left(\frac{275,15\,K}{273,15\,K}\right) = 0,0305\,\frac{kJ}{kg\,K}$$

$$\Rightarrow S_1 - S_U = m\,(s_1 - s_U) = 0,8\,kg\,(-0,0154 - 0,0305 - 1,223)\,\frac{kJ}{kg} = -1,01512\,\frac{kJ}{K}$$

damit folgt für die Exergie des Eises zu Beginn der Abtauung:

$$\Rightarrow -W_{ex} = -277,2512\,kJ - \left[275,15\,K \cdot (-1,01512)\,\frac{kJ}{K})\right] = \underline{2,059\,kJ}$$

Lösung Aufgabe 2: *Ideales Gas* 13 von 50 Punkten

Kurzfrage 2

1.HS.:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \dot{W}_t$$

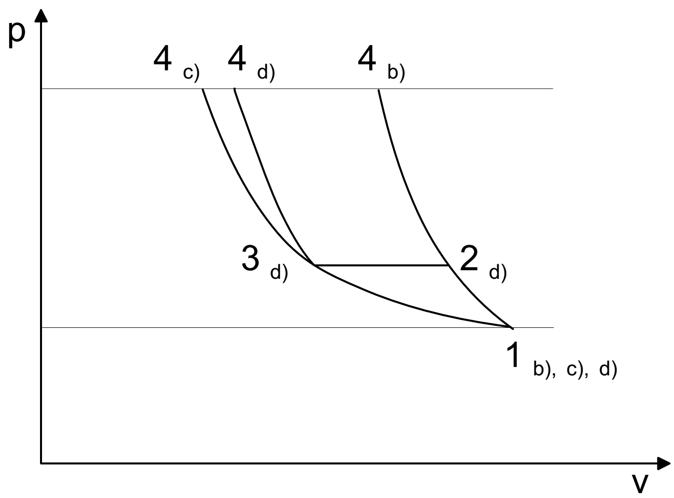
$$Ideales\ Gas \rightarrow\ U = f(T)\ \rightarrow\ \frac{\partial U}{\partial t} = \dot{Q}_t = \dot{W}_t = 1,3kJ$$

a) adiabat isentrope Prozessführung:

$$w_t = w_{vol} \cdot \gamma = \frac{R_i \cdot T_1}{\gamma - 1}\left(\frac{T_2}{T_1} - 1\right) \cdot \gamma \qquad ,mit \quad \frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}$$

$$\rightarrow w_t = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot R_i \cdot T_1 \left(\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1\right)$$

$$w_t = 297,5kJ/kg$$



b) adiabat isotherme Prozessführung:

$$w_t = \int_1^2 vdp = \int_1^2 \frac{R_i \cdot T}{p} dp = R_i T\ ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$

$$w_t = 203,6kJ/kg$$

Einsparung:

$$\left(1 - \frac{w_{t,ad.-isoth}}{w_{t,ad.-isen}}\right) \cdot 100\% = 31,6\%$$

c) adiabat isentrope Prozessführung:

$$w_t = \int_1^2 vdp + \int_3^4 vdp = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot R_i \cdot T_1 \left[\left(\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) + \left(\left(\frac{p_4}{p_3} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - 1 \right) \right]$$

$$mit \;\; p_3 = p_2 \; und \; Bedingung \; w_t = minimal \quad \rightarrow \frac{\partial w_t}{\partial p_2} = 0$$

$$\frac{\partial w_t}{\partial p_2} = \frac{\gamma}{\gamma - 1} \cdot R_i \cdot T_1 \left[\frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \frac{1}{p_2} + \frac{\gamma - 1}{\gamma} \cdot \left(\frac{p_4}{p_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \frac{1}{-p_2} \right] = 0$$

$$\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} - \left(\frac{p_4}{p_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \Rightarrow p_2 = \sqrt{p_1 \; p_4}$$

$w_{t,ges} = 244,8kJ/kg$

Einsparung:

$$\left(1 - \frac{w_{t,ges}}{w_{t,ad.-isen}} \right) \cdot 100\% = 17,7\%$$

Kurzfrage 3

Beim isochoren Abkühlen eines überkrtischen Fluids entlang des kritischen Volumens bilden sich in unmittelbarer Nähe des kritischen Punktes Strukturen "Cluster" höherer Dichte, deren Größe im Wellenlängenbereich des sichtbaren Lichtes liegt (0,5 μm). Durch den vorhandenen Dichteunterschied streuen die Phasengrenzflächen das Licht und das Fluid wird stark getrübt.

a) Ermittlung des Druckes p mit Hilfe der van-der-Waals-Zustandsgleichung

$$\begin{aligned}
p_{vdw} &= \frac{R_k \cdot T}{v-b} - \frac{a}{v^2} \\
v &= \frac{0,001 m^3}{0,5 kg} \\
&= 2 \cdot 10^{-3} \frac{m^3}{kg} \\
a &= \frac{27}{64} \cdot \frac{{R_k}^2 \cdot {T_c}^2}{p_c} \\
&= \frac{27}{64} \cdot \frac{(189 \frac{N \cdot m}{K \cdot kg})^2 \cdot (313,15K)^2}{73,8 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}} \\
&= 188,96 \frac{N \cdot m^4}{kg^2} \\
b &= \frac{R_k \cdot T_c}{8 \cdot p_c} \\
&= \frac{1}{8} \cdot 189 \cdot \frac{N \cdot m}{K \cdot kg} \cdot \frac{304,2K}{73,8 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2}} \\
&= 9,738 \cdot 10^{-4} \frac{m^3}{kg}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
p &= \frac{189 \cdot \frac{N \cdot m}{K \cdot kg} \cdot 313,15K}{(2 \cdot 10^{-3} - 9,738 \cdot 10^{-4}) \frac{m^3}{kg}} - \frac{188,96 \cdot \frac{N \cdot m^4}{kg^2}}{(2 \cdot 10^{-3})^2 \cdot \frac{m^6}{kg^2}} \\
&= 57674283 \frac{N}{m^2} - 47000000 \cdot \frac{N}{m^2} \\
p &= 10,674\, MPa
\end{aligned}$$

b) Das in der Tabelle 5.2 angegebene vollständige Differential der Enthalpie $H(T, p, n_1, n_2, ...n_k)$ ergibt für eine isenthalpe Zustandsänderung, also $dH = 0$, in einem geschlossenen System, in dem auch keine chemische Reaktion stattfindet, also $dn_k = 0$, die folgende Beziehung:

$nC_p dT = [T(\frac{\partial V}{\partial T})_p - V]dp$

Bezieht man beide Seiten auf die im System befindliche Masse, so ergibt sich die angegebene Beziehung für den JT-Koeffizienten.

c) Berechnung des JT-Koeffizienten

Für den Joule-Thomson-Koeffizienten liefert die Thermodynamik die folgende Beziehung:

$$(\frac{\partial T}{\partial p})_h = \frac{1}{c_p}\,[T\,(\frac{\partial v}{\partial T})_p - v]$$

$(\frac{\partial v}{\partial T})_p$ wird mit Hilfe der angegebenen mathematischen Identität für (v,T,p) eingesetzt:

$$(\frac{\partial T}{\partial p})_h = -\frac{1}{c_p}\,[T\,\frac{(\frac{\partial p}{\partial T})_v}{(\frac{\partial p}{\partial v})_T} + v]$$

vdw-Gleichung liefert:

$$(\frac{\partial p}{\partial v})_T = -\frac{R_k \cdot T}{(v-b)^2} + \frac{2a}{v^3}$$

Für $T = 313,15\,K\,und\,v = 0,002\,m^3/kg$ sowie mit den Werten von a und b ist:

$$(\frac{\partial p}{\partial v})_T = -8961795946\frac{N \cdot kg}{m^5}$$

Ebenfalls:

$$\begin{aligned}(\frac{\partial p}{\partial T})_v &= \frac{R_k}{(v-b)}\\ &= 184174,6\,\frac{N}{K\,m^2}\end{aligned}$$

und damit:

$$\begin{aligned}(\frac{\partial T}{\partial p})_h &= 9,8\,10^{-7}\,\frac{K}{\frac{N}{m^2}}\\ &= 9,8\,10^{-2}\,\frac{K}{bar}\end{aligned}$$

Eine isenthalpe Drosselung des Gases führt zu einem Temperaturrückgang.

Kurzfrage 4

$$x = \frac{p_s \cdot \varphi}{p - p_s \cdot \varphi} \cdot \frac{M_W \cdot R}{M_L \cdot R}$$

4.a)

$$\begin{aligned}
x_1 &= \frac{p_s \cdot \varphi}{p_1 - p_s \cdot \varphi} \cdot \frac{M_W}{M_L} \\
p_s(15°C) &= 0,017bar \\
x_1 &= \frac{0,017bar \cdot 0,5}{1,0bar - 0,017bar \cdot 0,5} \cdot \frac{18,01\frac{kg}{kmol}}{28,96\frac{kg}{kmol}} \\
&= \underline{\underline{5,3314 \cdot 10^{-3}\frac{kg}{kg}}} \\
x_4 &= x_s(\vartheta_4, p_4) + 0,00268\frac{kg}{kg} \\
x_s &= \frac{p_s}{p - p_s} \cdot 0,622\frac{kg}{kg} \\
p_s(25°C) &= 0,0317bar \\
x_s &= \frac{0,0317bar}{(1,0 - 0,0317)bar} \cdot 0,622\frac{kg}{kg} \\
&= \underline{\underline{0,020363\frac{kg}{kg}}} \\
x_4 &= 0,020363\frac{kg}{kg} + 0,00268\frac{kg}{kg} \\
&= \underline{\underline{0,02304\frac{kg}{kg}}} \\
h_1 &= c_{p,Luft} \cdot \vartheta_1 + x_1 \cdot (c_{p,Dampf} \cdot \vartheta_1 + \Delta h_{V,Wasser}) \\
&= 1,005\frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot 15K + 5,3314 \cdot 10^{-3}\frac{kg}{kg} \cdot (1,92\frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot 15K + 2502\frac{kJ}{kg}) \\
&= \underline{\underline{28,57\frac{kJ}{kg}}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
h_4 &= c_{p,Luft} \cdot \vartheta_4 + x_s \cdot (c_{p,Dampf} \cdot \vartheta_4 + \Delta h_{V,Wasser}) + x_{Wasser} \cdot c_{Wasser} \cdot \vartheta_4 \\
&= 1,005\frac{kJ}{kg \cdot °C} \cdot 25°C + 0,0204\frac{kg}{kg} \cdot (1,92\frac{kJ}{kg \cdot °C} \cdot 25°C + 2502\frac{kJ}{kg}) \\
&+ (0,02304 - 0,0204)\frac{kg}{kg} \cdot 4,182\frac{kJ}{kg \cdot °C} \cdot 25°C \\
&= \underline{\underline{77,48\frac{kJ}{kg}}}
\end{aligned}$$

b)

$$
\begin{aligned}
h_W &= \frac{h_4 - h_1}{x_4 - x_1} \\
&= \frac{(77,48 - 28,57)\frac{kJ}{kg}}{(0,02304 - 5,3314 \cdot 10^{-3})\frac{kg}{kg}} \\
&= \underline{\underline{2761,9\frac{kJ}{kg}}}
\end{aligned}
$$

$\rightarrow$ aus Diagramm: $h_W \approx 2760\frac{kJ}{kg}$

Der Aggregatzustand ist flüssig.

c) 1.HS um WÜ

$$
\begin{aligned}
0 &= \dot{m}_W \cdot h_2 - \dot{m}_W \cdot h_3 + \dot{Q} \\
\dot{m}_W &= \frac{\dot{Q}}{h_3 - h_2} = \frac{\dot{Q}}{h_3 - (c_{p,W} \cdot T_2)} \\
&= \frac{775MW}{(2761,9 - 108,732)\frac{kJ}{kg}} \\
&= \underline{\underline{292,10\frac{kg}{s}}}
\end{aligned}
$$

1.HS um Gesamtsystem

$$
0 = \dot{m}_{L,tr} \cdot h_1 - \dot{m}_{L,tr} \cdot h_4 + \dot{m}_Z \cdot h_Z + \dot{Q}
$$

Stoffbilanz um Gesamtsystem

$$
\dot{m}_Z = \dot{m}_{L,tr} \cdot (x_4 - x_1)
$$

Stoffbilanz in 1.HS eingesetzt

$$
\begin{aligned}
0 &= \dot{m}_{L,tr} \cdot (h_1 - h_4) + \dot{m}_{L,tr} \cdot (x_4 - x_1) \cdot h_Z + \dot{Q} \\
\dot{m}_{L,tr} &= \frac{\dot{Q}}{(h_4 - h_1) + (x_4 - x_1) \cdot h_Z} \\
&= \frac{775MW}{(77,48 - 28,57)\frac{kJ}{kg} + (0,02304 - 5,3314 \cdot 10^{-3})\frac{kg}{kg} \cdot 104,84\frac{kJ}{kg}} \\
&= \underline{\underline{15266,0\frac{kg}{s}}}
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
\dot{m}_Z &= 15266,0\frac{kg}{s} \cdot (0,02304 - 5,3314 \cdot 10^{-3})\frac{kg}{kg} \\
&= \underline{\underline{270,34\frac{kg}{s}}}
\end{aligned}
$$