Institut für Thermodynamik
Technische Universität Braunschweig
Prof. Dr. Jürgen Köhler

30. Juli 2008

# Klausur zur Vorlesung

# Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechen- bzw Gedankengang muss erkennbar sein! Interpolationsvorschriften sind anzugeben. Quadratische Gleichungen sind analytisch zu lösen. Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten.
Verwenden Sie ausschließlich die im Skript angegebenen Dampftafeln.
Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

**Aufgabe 1:** *DaVinci Wasserhebewerk* 12 von 50 Punkten

Kurzfrage: In welche Energieform (Endzustand!) wurde die potentielle Energie eines Kugelschreibers umgewandelt, den Sie beim Lesen dieser Aufgabe vor Schreck aus Ihrer Hand auf den Boden haben fallen lassen?

Ein Fluss in Mittelitalien mit einem Massenstrom $\dot{m}_{Fluss} = 0{,}2\,\frac{t}{s}$ erreicht einen Wasserfall und fällt dort $z_{Fall} = 1{,}5\,m$ tief auf die Höhe $z_0$. Ein Teil des Wassersstroms wird in einen Wasserturm mit der konstanten Höhe von $z_{Turm} = 10{,}5\,m$ relativ zu $z_0$ gepumpt. Der Fluss und die Umgebung haben eine konstante Temperatur von $16°C$.

Die verwendete Pumpe orientiert sich an einem Entwurf von Leonardo DaVinci, der Wasserrad und Pumpe kombiniert, und kommt ohne jede Zufuhr von technischer Arbeit aus. Relevant ist nur die potentielle Energie des Wassers, die am Ort des Wasserfalls genutzt werden kann. (Änderungen der kinetischen Energie können vernachlässigt werden.)

a) Zeichen Sie eine Skizze, die alle relevanten Eingangs- und Ausgangsgrößen enthält! (Hinweis: Beziehen Sie den Wasserturm NICHT in das Kontrollvolumen ein.)

b) Wie groß ist der Massenstrom $\dot{m}_{Turm}$, der maximal in den Wasserturm gefördert werden kann?

c) In der Realität werden aber nur $20\,\frac{kg}{s}$ gefördert. Stellen Sie für diesen Fall eine Energiebilanz auf, streichen Sie alle Terme, die gleich Null sind, und erklären Sie kurz wie sich der reale vom idealen Fall unterscheidet.

   Erweitern Sie ggf. Ihre Skizze aus Aufgabenteil a)!

d) Wieviel Entropie $\dot{S}_{prod}$ wird jeweils unter den in b) bzw. c) geschilderten Bedingungen pro Zeit produziert?

e) Stellen Sie eine allgemeine Beziehung für $\dot{m}_{Turm}$ in Abhängigkeit von den Größen $\dot{m}_{Fluss}$ $z_{Fall}$, $z_{Turm}$ und $\dot{S}_{prod}$ auf!

KF:
Letztendlich erwärmen sich Stift und Boden minimal. Also steigt die Innere Energie.

a)
Drei Massenströme (Wasser). Einer geht auf 1,5m rein, einer auf 0m raus und einer auf 10,5m raus. und c) wird dann noch die Enthalpieänderung des Wassers oder besser ein Wärmestrom eingezeichnet.

b)
1.HS liefert:
$\dot{m}_F \cdot z_1 = \dot{m}_T \cdot z_T + \dot{m}_0 \cdot z_0$
$z_0 = 0 \Rightarrow \dot{m}_T = 28,57\frac{kg}{s}$

c)
Nach dem Streichen der irrelevanten Terme bleibt:
$\dot{m}_F \cdot z_1 \cdot g = \dot{m}_T \cdot z_T \cdot g + \dot{m}_0 \cdot z_0 \cdot g + \dot{Q}$

Es wird von der Maschine (aufgrund von Reibung) eine Wärmestrom an die Umgebung und das Wasser abgegeben. Dadurch wird $\dot{m}_T$ gesenkt.

d)
Bedingungen wie b):
MAXIMALER Massenstrom $\Rightarrow \dot{S}_{prod} = 0$

Bedingungen wie c):
Aus $\dot{m}_F \cdot z_1 \cdot g = \dot{m}_T \cdot z_T \cdot g + \dot{m}_0 \cdot z_0 \cdot g + \dot{Q}_{diss}$ folgt:
$\dot{Q}_{diss} = 882W$
$\dot{S}_{prod} = \frac{\dot{Q}_{diss}}{T_U} = 3,05\,\frac{W}{K}$ ($T_U$ ist dabei 16°C - egal ob Wasser oder Umgebungsluft)
Möglich wäre auch eine Temperaturerhöhung des Wassers auszurechnen, die auf der Annahme basiert, dass die Wärme komplett an das Wasser abgegeben wird. Danach ließe sich die Differenz der spezifischen Entropie des Wasser bestimmen und daraus auf die produzierte Entropie schließen. Dieser Weg führt zu einem sehr ähnlichen Ergebnis, da der Massenstrom groß und seine Temperaturerhöhung daher niedrig ist.

e)
$\dot{m}_F \cdot z_{Fall} \cdot g - \dot{m}_T \cdot z_T \cdot g - \dot{S}_{prod} \cdot T_U = 0$
$\Rightarrow \dot{m}_T = \frac{\dot{m}_F \cdot z_{Fall} \cdot g - \dot{S}_{prod} \cdot T_U}{z_T \cdot g}$

**Aufgabe 2:** *Beschlagene Scheibe im Schlafzimmer* 9 von 50 Punkten

Kurzfrage: Kann die relative Feuchte $\varphi$ an nebeligen Tagen auch über 100% liegen? Kurze Begründung!

An kalten Wintertagen wacht man morgens manchmal auf und das Schlafzimmerfenster ist von innen beschlagen.

Folgende Temperaturen sind Ihnen bekannt:

| | | |
|---|---|---|
| $T_R$ | $18°C$ | Temperatur in dem Schlafzimmer |
| $T_i$ | $12°C$ | Temperatur auf der Innenseite der Scheibe |
| $T_a$ | $-5°C$ | Temperatur auf der Außenseite der Scheibe |
| $T_U$ | $-8°C$ | Temperatur in der Umgebung |

Außerdem kennen Sie die Dampfdruckkurve des Wassers: $p_{sW}(T) = 0,018\, bar \cdot e^{(18,33 - 5300 \frac{K}{T})}$

a) Ab welcher relativen Luftfeuchte im Raum bildet sich ein Beschlag am Fenster?

b) Wie hoch ist in diesem Fall die Wasserbeladung der Raumluft?

c) Skizzieren Sie ein h-x-Diagramm und darin die Zustandsänderung der Raumluft, die aus der Mitte des Raums an die Oberfläche des Fensters gelangt, für den Fall, dass in dem Raum die unter a) berechnete relative Luftfeuchte herrscht.

d) Mit welchen Maßnahmen kann ein Beschlagen der Scheibe im Schlafzimmer an kalten Tagen verhindert, bzw. das Risiko des Beschlagens gesenkt werden? (Zwei Maßnahmen kurz erläutern!)

KF:
Nein - die RELATIVE Luftfeuchte gibt an, wie hoch die Wasserbeladung im Verhältnis zur MAXIMALEN Wasserbeladung ist. Bei Nebel ist i.d.T. mehr Wasser "in der Luft" als die maximale Beladung. Dies liegt aber flüssig vor und nicht dampfförmig vor.

a)
Beschlag bildet sich, wenn der im Raum vorherrschende Wasserdamppartialdruck dem Sättigungspartialdruck an der Scheibe (also bei der Scheibeninnentemperatur) entspricht. Um die relative Feuchte im Raum zu ermitteln, muss dieser Partialdruck ins Verhältnis gesetzt werden zum Sättigungspartialdruck bei Raumtemperatur.
$p_{s,W}(291,15\,K) = 0,0204\,bar$
$p_{s,W}(285,15\,K) = 0,0139\,bar$
$\frac{0,0139}{0,0204} = 0,682$
$\Rightarrow \varphi = 0,682 = 68\%$

b)
$x = 0{,}622 \cdot \frac{p_{s,W}(285{,}15\,K)}{p - p_{s,W}(285{,}15\,K)} = 8{,}7\,\frac{g}{kg}$

c)
Für den Fall, dass sich gerade das allererste bisschen Beschlag bildet, sieht die Zustandsänderung so aus: Vom Schnittpunkt der 68%-Linie und der x=8,7-Linie und der $\vartheta = 18°C$-Linie (zwei der drei Linien reichen natürlich um den Punkt zu definieren) senkrecht runter (Wasserbeladung bleibt ja konstant) bis zur Sättigungslinie. Fertig.

d)
Zwei Grundsätzliche Methoden:
1) Temperatur der Scheibeninnenseite erhöhen. (Bessere Isolierung, mehr Heizen)
2) Wasserbeladung im Raum reduzieren. (Weniger Leute im Raum, Tür zum Flur offen lassen, also bessere Luftzirkulation)

**Aufgabe 3:** *Kreisprozess* 17 von 50 Punkten

Kurzfrage: Warum wird der Clausius Rankine Prozess oft mit einer zweistufigen Expansion mit Zwischenüberhitzung durchgeführt?

In einem Kraftwerk wird folgender Prozess mit dem Arbeitsfluid Wasser durchlaufen:

1-2 Kompression auf 190 bar (Verdichterwirkungsgrad $\eta_{SV} = 0{,}85$)

2-3 Isobare Zustandsänderung bis zum Zustand des gesättigten Dampfes

3-4 Reversible Expansion auf 0,95 $bar$

4-1 isotherme Zustandsänderung bis zum Zustand der siedenden Flüssigkeit

Stoffwerte für Wasser (flüssig)

Werte bei $p = 190\ bar$:

| $\vartheta/°C$ | 80 | 90 | 100 | 110 | 120 |
|---|---|---|---|---|---|
| $h/(\frac{J}{g})$ | 350 | 392 | 433 | 475 | 517 |
| $s(\frac{J}{g\,K})$ | 1,063 | 1,179 | 1,292 | 1,403 | 1,511 |

Lösen Sie folgendes Aufgaben, die sich auf den oben beschriebenen Kreisprozess beziehen:

a) Zeichnen Sie den Prozess in ein T-s Diagramm ein!

b) Berechnen Sie die benötigte spezifische technische Arbeit $w_{t,1-2}$!

c) Berechnen Sie die von der Turbine bereitgestellte spezifische Arbeit $w_{t,3-4}$!

d) Bestimmen Sie die vier Temperaturen $T_1$ bis $T_4$! (Es genügt an dieser Stelle, das Ergebnis mit einer Genauigkeit von $1\,K$ anzugeben.)

Gehen Sie ab hier von $w_{t,1-2} = 20\,\frac{kJ}{kg}$ und $w_{t,3-4} = 650\,\frac{kJ}{kg}$ aus. Gehen Sie weiterhin davon aus, dass der Prozess eine Leistung von $20\,MW$ technischer Arbeit bereitstellen soll.

e) Welcher Massenstrom läuft in dem Kreislauf um?

f) In welchen Prozessschritten, tauscht der Prozess Wärme mit der Umgebung aus? Wird diese jeweils zu- oder abgeführt? Wie groß ist die Differenz zwischen zu- und abgeführter Wärme?

g) Der thermische Wirkungsgrad des gesamten Prozesses liegt bei $\eta = 0{,}40$. Wie groß ist der Abwärmestrom des Kraftwerks?

KF: Zwischenüberhitzung ist notwendig, um beim Expandieren einen Eintritt ins Nassdampfgebiet zu verhindern (Beschädigung der Schaufeln). Eine Überhitzung in einem Schritt ist oft nicht möglich, weil maximale Temperaturen (vorgegeben durch zulässige Höchsttemperaturen oder durch Verbrennungstemperatur)sonst überschritten würden.

a)
1-2: von unten nach oben, leicht schräg nach rechts geneigt. Ausgangspunkt ist der Schnittpunkt 0,95bar Isobare mit Siedeline. bis 190bar Isobare
2-3: erst leicht ansteigend, ab Eintritt ins ND Gebiet waagerecht bis zur Taulinie.
3-4: Senkrecht runter bis zur 0,95bar Isobare
4-1: waagerecht nach links bis zur Siedelinie.

b)
$w_{t,1-2} = h_2 - h_1$
$h_1 = h'(0,95bar) = 411\frac{kJ}{kg}$ (Interpolieren!)
$s_1 = s'(0,95bar) = 1,285\frac{kJ}{kgK}$ (Interpolieren!)
$h_2^*$ folgt aus $s_2^* = s_1$ (Nutzen der in der Aufgabe gegebenen Stoffwerte Wasser bei 190bar)
$h_2^*(s_2^*) = 430\frac{kJ}{kg}$ (Interpolieren!)
$\eta_{SV} = 0,85 = \frac{h_2^*-h_1}{h_2-h_1}$ (Verdichter)
$\Rightarrow h_2 = 434\frac{kJ}{kg}$
$\Rightarrow w_{t,1-2} = 22,9\frac{kJ}{kg}$

c)
$w_{t,3-4} = h_4 - h_3$
$h_3 = h''(190bar) = 2466\frac{kJ}{kg}$
$s_3 = s''(190bar) = 5,027\frac{kJ}{kg\,K}$
$h_4 = h(p = 0,95bar, s = s_3)$ (Achtung Interpolation zunächst bei 1 bar und 0,8 bar)
$h(1bar, s = s_3) = 1805\frac{kJ}{kg}$
$h(0,8bar, s = s_3) = 1799\frac{kJ}{kg}$
$\Rightarrow h_4 = 1782,5 + 0,75 * (1805 - 1782,5) = 1799\frac{kJ}{kg}$
$\Rightarrow w_{t,3-4} = -667\frac{kJ}{kg}$

d)
$T_1 = T_4 = T_{Nassdampf}(0,95bar) = 98°C$
$T_3 = T_{Nassdampf}(190bar) = 361°C$
$T_2 = T(p = 190bar, h = h_2 = 434\,\frac{kJ}{kg}) = 100°C$ (siehe Stoffwerte lt. Aufgabenstellung)

e)
$\frac{20000\frac{kJ}{s}}{(650-20)\frac{kJ}{kg}} = 31,74\frac{kg}{s}$

f)
4-1 : Abfuhr
2-3 : Zufuhr
$\Delta Q = 20MW$

g)
$\frac{w_t=20MW}{Q_{ab}+20MW} = \eta_{therm} = 0,4$
$\Rightarrow Q_{ab} = 30MW$

**Aufgabe 4:** *Gedankenexperiment* 12 von 50 Punkten

Kurzfrage: Unter welchen Bedingungen gilt die Gleichung $dU = c_v dT$

An einem kugelförmigen Gefäß (Radius $r_{Kugel} = 5\,cm$), dessen tiefster Punkt auf der Höhe $h_0$ liegt, ist an seinem höchstem Punkt ein 1 $m$ langes Rohr mit einem infinitesimal kleinen Innendurchmesser angebracht, das sich in vertikaler Richtung erstreckt. Der Kugelkörper ist mit inkompressibler Flüssigkeit (idealisiertem Wasser) gefüllt, das Rohr mit Umgebungsluft. Nun wird das Rohr mit weiterem Wasser gefüllt, das einem Reservoir auf der Höhe $h_0$ entnommen wird.

| | |
|---|---|
| $\vartheta_{Umgebung}$ | $20°C$ |
| $c_{Wasser}$ | $4{,}181\,\frac{kJ}{kg\,K}$ |
| $\rho_{Wasser}$ | $998{,}2\,\frac{kg}{m^3}$ |

Hinweise: Bei allen Aufgabenteilen gilt, dass die Oberflächenspannung nicht berücksichtigt werden soll.
Begründen Sie Ihre Antworten!

a1) Wie viel Energie benötigt ein einmaliger, reversibler Prozess zum Füllen des Rohres?

a2) Wie ändert sich der Druck $p$ in dem kugelförmigen Behälter aufgrund des Füllprozesses?

a3) Berechnen Sie die Änderung der inneren Energie $\Delta U$ und der Enthalpie $\Delta H$ des Wassers im kugelförmigen Behälter!

a4) Wie viel Volumenänderungsarbeit wird an dem Wasser in dem kugelförmigen Behälter geleistet?

Das Gedankenexperiment wird nun mit einer veränderten Geometrie wiederholt. Das an das obere Ende des kugelförmigen Behältnisses angeschlossene Rundrohr hat nun einen Innendurchmesser $d_{Rohr} = 1\,cm$. Der übrige Versuchsaufbau bleibt unverändert.

b1) Wie viel Energie benötigt ein einmaliger, reversibler Prozess zum Füllen des Rohres mit $d_{Rohr} = 1\,cm$?

b2) Wie ändert sich der Druck $p$ in dem kugelförmigen Behälter aufgrund des Füllprozesses?

b3) Wie ändert sich die Exergie des Wassers im kugelförmigen Behälter?

b4) Wie viel Volumenänderungsarbeit wird an dem Wasser, das in das Rohr gefüllt wird, geleistet?

KF:
Die Gleichung gilt für ideale Gase und für isochore Zustandsänderungen.

a1) NULL, da nur eine infinitesimale Masse nach oben in das Rohr befördert werden muss.

a2) Wassersäule von 1m entspricht -unabhängig von Ihrer Grundfläche - einem hydrostatischen Druck von 0,1 bar (genau $9,81 \frac{m}{s^2} * 998{,}2\,\frac{kg}{m^3} = 0,0979\,bar$)

a3)
$\Delta U = 0$, da bei inkompressiblen Fluiden die innere Energie nur von der Temperatur abhängt.
$\Delta H = \Delta U + (p_2V_2 - p_1V_1) = V_{Kugel}(p_2 - p_1) = 2,618\,J$

a4) Inkompressible bedeutet, dass das spezifische Volumen konstant bleibt. Das wiederum bedeutet zwangsläufig, dass die Volumenänderungsarbeit gleich Null ist

b1)
zu füllendes Volumen $V = \pi r^2 \cdot l = 0,0000785m^3$
Das entspricht einer Wassermasse von $V \cdot \rho_W = 783,4\,kg$
Diese Masse muss im Durchschnitt um 60 cm ($2 \cdot r_{Kugel} + \frac{1\,m}{2}$) angehoben werden.
Die benötigte Energie beträgt also: $0,6\,m \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 0,07834\,kg = 0,461\,J$

b2) siehe a2)

b3) An dem Wasser im kugelförmigen Behälter wird keine Arbeit geleistet. Also kann dessen Arbeitsfähigkeit(Exergie) auch nicht zunehmen.

b4) siehe a4)