Institut für Thermodynamik
Technische Universität Braunschweig
Prof. Dr. Jürgen Köhler

1. August 2007

# Klausur zur Vorlesung

# Thermodynamik

Für alle Aufgaben gilt: Der Rechengang muss erkennbar sein! Interpolationsvorschriften sind anzugeben. Quadratische Gleichungen sind analytisch zu lösen.
Hilfsmittel sind zugelassen, die Bearbeitungszeit beträgt 120 Minuten.

Falls Ersatzergebnisse angegeben sind, müssen diese auf jeden Fall verwendet werden.

**Aufgabe 1:** *Thermodynamischer Prozess* 15 von 50 Punkten

**Kurzfrage 1**

Zeichnen Sie eine polytrope Zustandsänderung mit n = 0 und eine polytrope Zustandsänderung mit n = $\infty$ in ein T,s-Diagramm ein.

Bei dem idealisierten Kreisprozess eines Verbrennungsmotors werden vom Arbeitsmedium folgende Zustandsänderungen durchlaufen:

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | $\rightarrow$ | 2 | isentrope Verdichtung |
| 2 | $\rightarrow$ | 3 | polytroper Wärmeaustausch |
| 3 | $\rightarrow$ | 4 | isentrope Entspannung |
| 4 | $\rightarrow$ | 1 | isochore Wärmeabfuhr |

Folgende Zustandsgrößen des Kreisprozesses sind Ihnen bekannt:

| Zustand | Druck [bar] | Temperatur [K] |
|---|---|---|
| 1 | 1 | 293,15 |
| 3 | 61,6 | 2000 |

Das Arbeitsmedium sei ein ideales Gas mit $\gamma = 1,4$ und $c_p = 1,005 \frac{kJ}{kg \cdot K}$. Das Verdichtungsverhältnis betrage $\varepsilon = \frac{v_1}{v_2} = 8$.

**1 a)** Skizzieren Sie den beschriebenen Kreisprozess in einem T,s-Diagramm und einem p,V-Diagramm.

**1 b)** Wie groß ist der Polytropenexponent n der polytropen Zustandsänderung?
Handelt es sich hierbei um eine Wärmezu- oder Wärmeabfuhr?

**1 c)** Welcher massenspezifische Wärmestrom $q_{23}$ wird mit dem Arbeitsgas während der Zustandsänderung 2 $\rightarrow$ 3 ausgetauscht?
Rechnen Sie mit einem Polytropenexponenten von n = 12.

**1 d)** Welchen thermischen Wirkungsgrad erzielt der Kreisprozess?
Rechnen Sie mit einem spezifischen Wärmestrom von $q_{23} = 900 \frac{kJ}{kg}$.

**Aufgabe 2:** *Zustandsänderung realer Gase:* 10 von 50 Punkten

**Kurzfrage 2**

Worin besteht der wesentliche Unterschied zwischen dem adiabat isenthalpen Drosselprozess und dem adiabat isentropen Expansionsprozess eines Gases?

In einem 1000 $cm^3$ Stahlbehälter befinden sich 0,33 kg Propan bei einer Temperatur von 280 $°C$.
Das $pvT$-Verhalten des Propans lässt sich mit Hilfe der van-der-Waals- Zustandsgleichung beschreiben.

**2 a)** Ermitteln Sie den im Behälter herrschenden Druck p.

**2 b)** Berechnen Sie den Isentropenexponenten k für p= 50 MPa.

Die van-der-Waals-Zustandsgleichung:

$$p_{vdw} = \frac{R_k \cdot T}{v - b} - \frac{a}{v^2}$$

wobei:

$$a = \frac{27}{64} \cdot \frac{{R_k}^2 \cdot {T_c}^2}{p_c}$$

$$b = \frac{R_k \cdot T_c}{8 \cdot p_c}$$

$$R_k = 0,18444 \, \frac{kJ}{K \cdot kg}$$

Stoffdaten des Propans:

$T_c = 369,83\,K \quad p_c = 4,248\,MPa \quad \frac{c_p}{c_v} = 1,265$

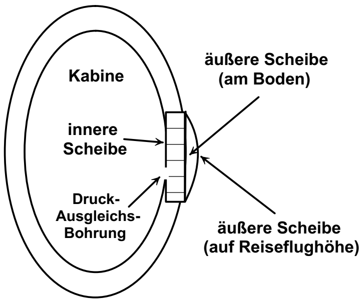
**Hinweis:** Die Teilaufgaben 2 a) und 2 b) sind unabhängig voneinander lösbar.

**Aufgabe 3:** *Mischung feuchter Luft* 10 von 50 Punkten

**Kurzfrage 3**

Wie ist der Taupunkt definiert, von welchen Zustandsgrößen hängt er ab (zeigen sie an einem geeigneten Diagramm). Geben Sie ein Beispiel, wie er messtechnisch bestimmt werden kann.

Fenster von Passagierflugzeugen bestehen aus einer äußeren Glasscheibe und einer inneren Polycarbonat-Schutz-Scheibe, welche eine Druckausgleichsbohrung für den Luftaustausch zwischen Passagierkabine und Scheibenzwischenraum besitzt.




Befindet sich das Flugzeug am Boden, so beträgt das von den beiden Scheiben eingeschlossene Volumen 500 $ml$. In Reiseflughöhe weichen Umgebungsdruck und Kabinendruck voneinander ab. Dadurch ergibt sich eine Vergrößerung des von den Scheiben eingeschlossenen Volumens um 250 $ml$. Außerdem ändert sich die Luftdichte im Scheibenzwischenraum von $1,2\ kg/m^3$ am Erdboden auf $0,9\ kg/m^3$ in Reiseflughöhe.

Bedingt durch die erwähnten Druck-, Dichte- und Volumenänderungen wird die Kabinenluft durch die Druckausgleichsbohrung in den Scheibenzwischenraum treten und sich homogen vermischen. Für die Berechnung sollen folgende Annahmen getroffen werden:

- Die Dichte der feuchten Luft ist näherungsweise gleich der Dichte der trockenen Luft.
- Die Luft im Scheibenzwischenraum hat anfangs einen Wassergehalt von $x_0 = 0\ g/kg$ und verteilt sich homogen.
- Der Wassergehalt der Kabinenluft betrage immer $x_K = 1,5\ g/kg$
- Die Temperatur im Scheibenzwischenraum beträgt in Reiseflughöhe konstant -20 °C.
- Der Sättigungspartialdruck von Wasserdampf bei einer Temperatur von $-20°C$ beträgt $1,0323\ mbar$.
- Feuchte Luft kann als ideales Gas mit $R_L = 287\ J/(kg \cdot K)$ betrachtet werden.
- Alle zur Lösung der Aufgabe notwendigen Größen sind in der Aufgabenstellung gegeben. Sie benötigen keine Dampftafel und kein $h_{1+x}-x-Diagramm$!

**3 a)** Wie groß ist der Luftdruck im Scheibenzwischenraum in Flughöhe?

**3 b)** Wie groß ist die Masse des Wassers im Scheibenzwischenraum in Reiseflughöhe beim ersten Flug? Stellen Sie hierzu einen Massenbilanz analog zur Mischung zweier Ströme feuchter Luft auf!

**3 c)** Wie groß ist die Masse des Wassers im Scheibenzwischenraum am Boden nach dem ersten Flug?

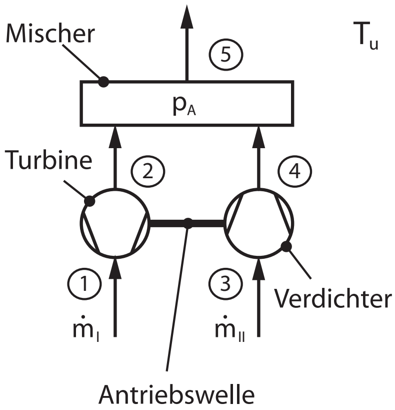
**3 d)** Ab dem wievielten Flug (n) kondensiert erstmals Wasser im Scheibenzwischenraum?
Nutzen Sie hierfür die folgende Relation:

$$x_{FZR}(n) = \left(\frac{8}{9}\right)^n \cdot x_0 + \left[1 - \left(\frac{8}{9}\right)^n\right] \cdot x_K \tag{1}$$

<u>**Aufgabe 4:**</u> *1. und 2. Hauptsatz* 15 von 50 Punkten

**Kurzfrage 4**

Wovon hängt die Exergie der Wärme ab, und wodurch ändert sich die Entropie eines Systems?




Die Abbildung zeigt das Schema einer Maschine, die von einem Arbeitsfluid durchströmt wird. Die verbindenden Rohrleitungen und die Strömungsrichtungen des Arbeitsfluids sind durch Pfeile angedeutet. Das System befindet sich im stationären Zustand. Die Bauteile werden zunächst als adiabat betrachtet. Die Zustände sind durch Zahlen gekennzeichnet. Beachten Sie die Hinweise und gegebenen Werte in Tabelle 1.

Berechnen Sie die spezifische Enthalpie in den Zuständen:

**4 a)** Zustand 5. **4 b)** Zustand 2. **4 c)** Zustand 4.

**4 d)** Der Mischer wird nicht mehr als adiabat betrachtet. Über seine Außenwand strömt ein Wärmestrom aus der Umgebung in das System. Berechnen Sie für einen irreversiblen Arbeitsverlust $T_u \cdot \dot{S}_{prod} = 200\,W$ und einer im vgl. zu Aufgabenteil a) veränderden spezifischen Enthalpie $h_5 = 300\,kJ/kg$, den Wärmestrom der in das System strömt und den Massenstrom $\dot{m}_I$.

**Die Aufgabenteile a, b und d sind unabhängig voneinander lösbar. Das gegebene Massenstromverhältnis $\dot{m}_I/\dot{m}_{II} = 2$ ist für alle Aufgabenteile gültig.**

| | |
|---|---|
| Massenstromverhältnis: | $\dot{m}_I/\dot{m}_{II} = 2$ |
| Turbinenwirkungsgrad: | $\eta_T = 0{,}8$ |
| Umgebungstemperatur: | $T_u = 20\ °C$ |
| Druck im Mischer: | $p_A = 40$ bar |
| $h_1 = 280{,}00$ kJ/kg | $s_1 = 1285{,}71$ J/(kg K) |
| $h_3 = 425{,}00$ kJ/kg | $s_3 = 1859{,}70$ J/(kg K) |
| $h'_{40\,bar} = 212{,}567$ kJ/kg | $s'_{40\,bar} = 1045{,}92$ J/(kg K) |
| $h''_{40\,bar} = 422{,}660$ kJ/kg | $s''_{40\,bar} = 1814{,}61$ J/(kg K) |

Tabelle 1: Bekannte Größen und Stoffdaten

Institut für Thermodynamik
Technische Universität Braunschweig
Prof. Dr. Jürgen Köhler

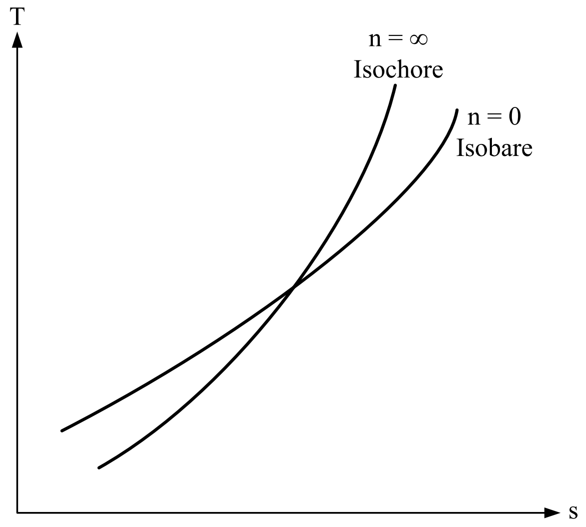
1. August 2007

# Lösung

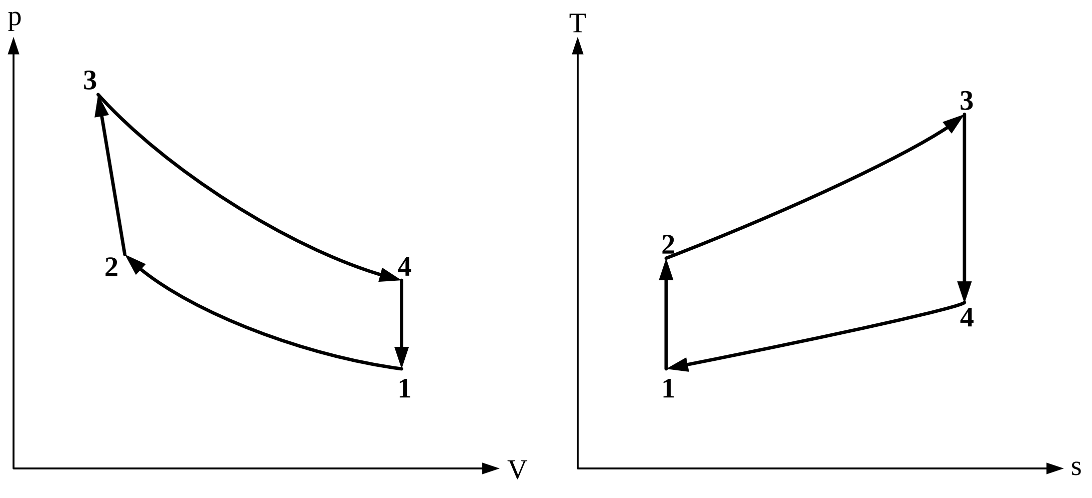
Klausur Thermodynamik

**Aufgabe 1:** *Thermodynamischer Prozess* 15 von 50 Punkten

**Kurzfrage 1** Polytropen im T,s-Diagramm




a) Kreisprozess im p,V- und T,s-Diagramm



b) Polytropenexponent n

$$
\begin{aligned}
\frac{p_1}{p_2} &= \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma} \\
p_2 &= p_1 \cdot \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\gamma} \\
&= p_1 \cdot \varepsilon^{\gamma} \\
&= 1bar \cdot (8)^{1,4} \\
&= 18,38bar \\
\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} &= \frac{T_1}{T_2} = \left(\frac{v_2}{v_1}\right)^{\gamma-1} \\
T_2 &= T_1 \cdot \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \\
&= 293,15K \cdot \left(\frac{18,38bar}{1bar}\right)^{\frac{1,4-1}{1,4}} \\
&= 673,48K \\
\left(\frac{p_2}{p_3}\right)^{\frac{n-1}{n}} &= \frac{T_2}{T_3} \\
ln\left(\frac{p_2}{p_3}\right) \cdot \frac{n-1}{n} &= ln\left(\frac{T_2}{T_3}\right) \\
n &= \frac{ln\left(\frac{p_2}{p_3}\right)}{ln\left(\frac{p_2}{p_3}\right) - ln\left(\frac{T_2}{T_3}\right)} \\
&= \frac{ln\left(\frac{18,38bar}{61,6bar}\right)}{ln\left(\frac{18,38bar}{61,6bar}\right) - ln\left(\frac{673,48K}{2000K}\right)} \\
&= 9,99978 \approx 10
\end{aligned}
$$

c) Wärmestrom $q_{23}$

$$\begin{aligned}
q_{23} &= c_n \cdot (T_3 - T_2) \\
&= c_v \cdot \frac{n-\gamma}{n-1} \cdot (T_3 - T_2) \\
\rightarrow c_v &= \frac{c_p}{\gamma} = \frac{1,005\frac{kJ}{kg \cdot K}}{1,4} = 0,718\frac{kJ}{kg \cdot K} \\
q_{23} &= 0,718\frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot \frac{12-1,4}{12-1} \cdot (2000K - 673,48K) \\
&= 917,8\frac{kJ}{kg}
\end{aligned}$$

d) thermischer Wirkungsgrad $\eta_{th}$

$$\eta_{th} = 1 - \frac{|q_{ab}|}{q_{zu}} = 1 - \frac{|q_{41}|}{q_{23}}$$

$$|q_{41}| = c_v \cdot (T_4 - T_1)$$

$$3 \to 4 : \left(\frac{p_3}{p_4}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = \frac{T_3}{T_4}$$

$$p_4 = p_3 \cdot \left(\frac{T_4}{T_3}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

$$4 \to 1 : \frac{p_4}{p_1} = \frac{T_4}{T_1}$$

$$p_4 = p_1 \cdot \frac{T_4}{T_1}$$

$$Gleichsetzen \to p_3 \cdot \left(\frac{T_4}{T_3}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = p_1 \cdot \frac{T_4}{T_1}$$

$$\frac{p_1}{p_3} = \left(\frac{T_4}{T_3}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \cdot \frac{T_1}{T_4}$$

$$= \left(\frac{T_4}{T_3}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} \cdot \frac{T_3}{T_4} \cdot \frac{T_1}{T_3}$$

$$= \left(\frac{T_4}{T_3}\right)^{\frac{1}{\gamma-1}} \cdot \frac{T_1}{T_3}$$

$$\to T_4 = T_3 \cdot \left(\frac{p_1}{p_3} \cdot \frac{T_3}{T_1}\right)^{\gamma-1}$$

$$= 2000K \cdot \left(\frac{1bar}{61,6bar} \cdot \frac{2000K}{293,15K}\right)^{1,4-1}$$

$$= 829,42K$$

$$\to |q_{41}| = c_v \cdot (T_4 - T_1)$$

$$= 0,718\frac{kJ}{kg \cdot K} \cdot (829,42K - 293,15K)$$

$$= 385,04\frac{kJ}{kg}$$

$$\to \eta_{th} = 1 - \frac{|q_{41}|}{q_{23}}$$

$$= 1 - \frac{385,04\frac{kJ}{kg}}{900\frac{kJ}{kg}}$$

$$= 0,572$$

**Aufgabe 2:** *Zustandsänderung realer Gase:* 10 von 50 Punkten

**Kurzfrage 2** Die isenthalpe und isentrope Expansion:
Der wesentliche Unterschied besteht in der geleisteten Volumenänderungsarbeit

2 a) Ermittlung des Druckes p mit Hilfe der Van-der-Waals-Zustandsgleichung

$$
\begin{aligned}
p_{vdw} &= \frac{R_k \cdot T}{v-b} - \frac{a}{v^2} \\
v &= \frac{0,001m^3}{0,33kg} \\
&= 3,03 \cdot 10^{-3}\frac{m^3}{kg} \\
a &= \frac{27}{64} \cdot \frac{{R_k}^2 \cdot {T_c}^2}{p_c} \\
&= \frac{27}{64} \cdot \frac{(184,44\frac{N\cdot m}{K\cdot kg})^2 \cdot (369,83K)^2}{42,48 \cdot 10^5\frac{N}{m^2}} \\
&= 462,08\frac{N\cdot m^4}{kg^2} \\
b &= \frac{R_k \cdot T_c}{8 \cdot p_c} \\
&= \frac{1}{8} \cdot 184,44 \cdot \frac{N\cdot m}{K\cdot kg} \cdot \frac{369,83K}{42,48 \cdot 10^5\frac{N}{m^2}} \\
&= 2,007 \cdot 10^{-3}\frac{m^3}{kg} \\
T &= 553,15K \\
p &= \frac{184,44 \cdot \frac{N\cdot m}{K\cdot kg} \cdot 553,15K}{(3,03 \cdot 10^{-3} - 2,007 \cdot 10^{-3})\frac{m^3}{kg}} - \frac{462,08 \cdot \frac{N\cdot m^4}{kg^2}}{(3,03 \cdot 10^{-3})^2 \cdot \frac{m^6}{kg^2}} \\
&= 99729214\frac{N}{m^2} - 50330577 \cdot \frac{N}{m^2} \\
p &= 49,38\,MPa
\end{aligned}
$$

2 b) Berechnung des Isentropenexponenten k/Ableitung- Ermittlung

Die Thermodynamik liefert die folgende Beziehung für den Adiabaten- bzw. Isentropenexponenten k:

(Hier werden sowohl das Verhältnis der Wärmekapazitäten als auch der Isentropenexponent k im betrachteten Druck- und Temperaturbereich als konstant angenommen.)

$$k = -\frac{c_p}{c_v} \cdot \frac{v}{p} \cdot (\frac{\partial p}{\partial v})_T$$

vdw-Gl. liefert:

$$(\frac{\partial p}{\partial v})_T = -\frac{R_k \cdot T}{(v-b)^2} + \frac{2a}{v^3}$$

Für $T = \ 553,15\, K\, und\, p = \ 50\, MPa$:

$$\begin{aligned}(\frac{\partial p}{\partial v})_T &= -97487012782\frac{N \cdot kg}{m^5} + 33221503374\frac{N \cdot kg}{m^5} \\ &= -64265509407\frac{N \cdot kg}{m^5}\end{aligned}$$

und damit:

$$\begin{aligned}k &= -1,265 \cdot \frac{3,03 \cdot 10^{-3}\frac{m^3}{kg}}{50000000\frac{N}{m^2}} \cdot (-64265509407 \cdot \frac{N \cdot kg}{m^5}) \\ k &= 4,9265\end{aligned}$$

**Aufgabe 3:** Mischung feuchter Luft. 10 von 50 Punkten

**Kurzfrage 3** Der Taupunkt bezeichnet den Zustand im Phasendiagramm, bei dem es zur Kondensation (Phasenwechsel dampfförmige Phase → flüssige Phase) kommt und liegt somit auf der Sättigungslinie im Mollierdiagramm.
Es handelt sich dabei um diejenige Temperatur der feuchten Luft, bei der diese wasserdampfgesättigt wäre, sowie bei einer zunehmenden Temperatursenkung und konstantem Druck der Wasserdampf in der Luft kondensieren würde. In diesem Zustand würde die relative Luftfeuchte 100 Prozent betragen und der Partialdruck des Wasserdampfes entspräche dem Sättigungsdampfdruck.

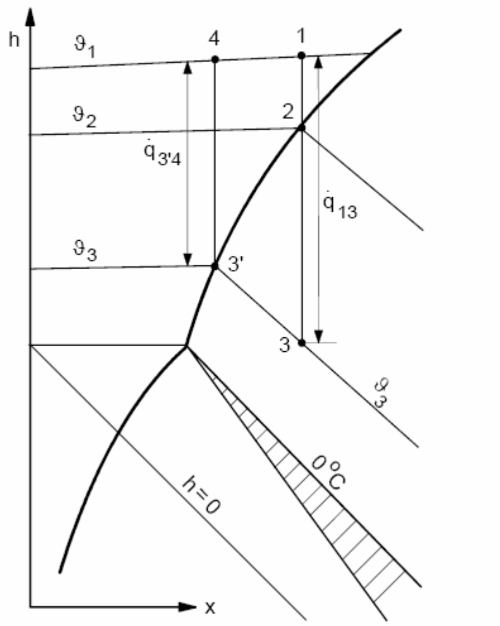



Abbildung 1: *Mollierdiagramm: Abkühlung mit Entfeuchtung, Taupunkt.*

Der Taupunkt ist eine Funktion von Druck und Temperatur.

**3 a.)** *Wie groß ist der Luftdruck im Scheibenzwischenraum in Flughöhe?*
Der Druck in Reiseflughöhe beträgt :

$$p = \rho \cdot R_L \cdot T = 653,5mbar \tag{1}$$

**3 b.)** *Wie groß ist die Masse des Wassers im Scheibenzwischenraum in Reiseflughöhe beim ersten Flug? Stellen Sie hierzu einen Massenbilanz analog zur Mischung zweier Ströme feuchter Luft auf!*

Masse am Boden: $m_{BZR} = V_{BZR} \cdot \rho_B = 500ml \cdot 1,2\frac{kg}{m^3} = 0,6g$
Masse während des Reisefluges: $m_{FZR} = V_{FZR} \cdot \rho_F = 750ml \cdot 0,9\frac{kg}{m^3} = 0,675g$
Damit ist $m_{BZR} = \frac{8}{9} \cdot m_{FZR}$.
Dabei sind die Indizes wie folgt gewählt B (Boden), F (Flug), ZR (Zwischenraum).
Wassermasse aus Massenbilanz:

$$x_{FZR} = \frac{8}{9} \cdot x_0 + \frac{1}{9} \cdot x_K = \frac{8}{9} \cdot 0.0\frac{g}{kg} + \frac{1}{9} \cdot 1.5\frac{g}{kg} = \frac{1}{6}\frac{g}{kg} \tag{2}$$

$$m_{H_2OF} = m_{FZR} \cdot x_{FZR} = 0,1125mg \tag{3}$$

**3 c.)** *Wie groß ist die Masse des Wassers im Scheibenzwischenraum am Boden nach dem ersten Flug?*

Die Wasserbeladung ist gegenüber dem vorhergehenden Flug unverändert, allein die Masse im Zwischenraum nimmt ab:

$$m_{H_2OB} = m_{BZR} \cdot x_{FZR} = 0,1mg \tag{4}$$

**3 d.)** *Ab dem wievielten Flug kondensiert erstmals Wasser im Scheibenzwischenraum?*
*Nutzen Sie hierfür die folgende Relation:*

$$x_{FZR}(n) = \left(\frac{8}{9}\right)^n \cdot x_0 + \left[1 - \left(\frac{8}{9}\right)^n\right] \cdot x_K \tag{5}$$

Der Anteil der Luft mit der Anfangsbeladung $x_0$, die sich vor dem ersten Flug im Scheibenzwischenraum befand, nimmt mit jedem Flug ab, ohne jemals Null zu werden. Nach jedem Steigflug besteht der Inhalt des Scheibenzwischenraumes $\frac{8}{9}$ aus Luft, die schon vor dem Flug im Zwischenraum war und zu einem Neuntel aus Kabinenluft.
Somit gilt für n = Anzahl der Flüge:

$$x_{FZR}(n) = \left(\frac{8}{9}\right)^n \cdot x_0 + \left[1 - \left(\frac{8}{9}\right)^n\right] \cdot x_K \tag{6}$$

Da $x_0 = 0,0\frac{g}{kg}$ und $x_K = 1,5\frac{g}{kg}$ folgt für den zweiten Flug:

$$x_{FZR}(2) = \left[1 - \left(\frac{8}{9}\right)^2\right] \cdot 1.5\frac{g}{kg} \tag{7}$$

$$x_{FZR}(2) = 0.3148\frac{g}{kg} \tag{8}$$

$$m_{H_2OF}(2) = m_{FZR} \cdot x_{FZR}(2) = 0,2125mg \tag{9}$$

Der Sättigungswassergehalt berechnet sich allgemein nach:

$$x_S = \frac{p_S}{p - p_S} \cdot 0,622 = 0,984g/kg \tag{10}$$

Da $x_S = 0.656 \cdot x_K$ ist, tritt Kondensation ein, wenn der Anteil absolut trockener Luft im Scheibenzwischenraum kleiner als $1 - 0,656 = 0,344$ ist.
Aus Gleichung 6 folgt damit:

$$\left(\frac{8}{9}\right)^n < 0,344 \longrightarrow n > 9 \tag{11}$$

Damit wird die Sicht über den Wolken ab dem zehnten Flug getrübt.

**Kurzfrage 4** Die Exergie der Wärme hängt von der Umgebungstemperatur und der Wärmeaustauschtemperatur ab. Die Entropie eines Systems kann durch Entropieproduktion im System durch einen zu oder abgeführten Massenstrom sowie durch Zuführen oder Abführen eines Wärmestroms verändert werden.

**4 a)** Es wird der erste Hauptsatz der Thermodynamik für das Gesamtsystem angewendet. Daraus ergibt sich folgende Gleichung:

$$0 = \dot{m}_I \, h_1 + \dot{m}_{II} \, h_3 - (\dot{m}_I + \dot{m}_{II}) \; h_5 \tag{12}$$

Aus Gleichung 12 kann die spezifische Enthalpie $h_5$ bestimmt werden. Gleichung 12 nach $h_5$ umgeformt lautet:

$$\begin{aligned} h_5 &= \frac{\Psi \, h_1 + h_3}{\Psi + 1} \\ &= \frac{2 \cdot 280,00 \, \frac{kJ}{kg} + 425,00 \, \frac{kJ}{kg}}{2+1} \\ &= 328,33 \, \frac{kJ}{kg} \end{aligned}$$

Mit dem Massenstromverhältnis $\Psi = \dot{m}_I / \dot{m}_{II}$.

**4 b)** Der Wirkungsgrad der Turbine ist bekannt. Der Wirkungsgrad ist bezogen auf das System wie folgt definiert:

$$\eta_T = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - {h_2}^*} \tag{13}$$

Aus dem Turbinenwirkungsgrad (Gl. 13) und dem angegebenen Wirkungsgrad von 1 folgt:

$$h_2 = 0,2 \cdot h_1 + 0,8 \cdot {h_2}^* \tag{14}$$

Durch Interpolation kann die sp. Enthalpie $h_2^*$ bestimmt werden. Die Entropie im Punkt 1 ist gegeben mit $1285,71 J/(kg\,K)$.

$$\begin{aligned} h_2^* &= h^{'}_{40\,bar} + \frac{h^{''}_{40\,bar} - h^{'}_{40\,bar}}{s^{''}_{40\,bar} - s^{'}_{40\,bar}} \left( s_1 - s^{'}_{40\,bar} \right) \\ h_2^* &= \frac{422,660 \frac{kJ}{kg} - 212,567 \frac{kJ}{kg}}{1814,61 \frac{J}{kg\,K} - 1045,92 \frac{J}{kg\,K}} \left( 1285,71 \frac{kJ}{kg} - 1045,92 \frac{J}{kg\,K} \right) \\ &\quad + 212,567 \frac{kJ}{kg} \\ &= 278,10 \frac{kJ}{kg} \end{aligned}$$

Damit kann $h_2$ bestimmt werden.

$$\begin{aligned} h_2 &= 0,2 \cdot 280,00 \,\frac{kJ}{kg} + 0,8 \cdot 278,10 \,\frac{kJ}{kg} \\ h_2 &= 278,48 \,\frac{kJ}{kg} \end{aligned}$$

**4 c)** Der erste Hauptsatz der Thermodynamik für den Mischer angewendet ergibt folgende Gleichung:

$$0 = \dot{m}_I \, h_2 + \dot{m}_{II} \, h_4 - (\dot{m}_I + \dot{m}_{II}) \; h_5 \qquad (15)$$

Weiter werden die Gleichungen 12 und 15 gleichgesetzt, und das Massenstromverhältnis $\Psi = \dot{m}_I / \dot{m}_{II}$ eingeführt:

$$\Psi \, h_1 + h_3 = \Psi \, h_2 + h_4 \qquad (16)$$

Wird Gleichung 16 nach $h_4$ umgeformt folgt:

$$\begin{aligned} h_4 &= \Psi \; (h_1 - h_2) + h_3 \\ &= 2 \cdot \left( 280,00 \,\frac{kJ}{kg} - 278,48 \,\frac{kJ}{kg} \right) + 425,00 \,\frac{kJ}{kg} \\ &= 428,04 \,\frac{kJ}{kg} \end{aligned}$$

**4 d)** Für das Kontrollvolumen um das Gesamtsystem werden der erste und der zweite Hauptsatz angewendet. Daraus folgen die beiden Gleichungen:

$$0 = \Psi \, h_1 + h_3 - h_5 \; (\Psi + 1) + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_{II}} \qquad (17)$$

$$0 = (\Psi \, s_1 + s_3 - s_5 \; (\Psi + 1)) \; T_u + \frac{\dot{S}_{prod}}{\dot{m}_{II}} \, T_u + \frac{\dot{Q}}{\dot{m}_{II}} \qquad (18)$$

Mit dem Massenstromverhältnis $\Psi = \dot{m}_I / \dot{m}_{II}$. Werden die beiden Gleichungen gleichgesetzt, entsteht folgende Gleichung:

$$\Psi \, h_1 + h_3 - h_5 \; (\Psi + 1) = (\Psi \, s_1 + s_3 - s_5 \; (\Psi + 1)) \; T_u + \frac{\dot{S}_{prod}}{\dot{m}_{II}} \, T_u \qquad (19)$$

Umgeformt nach $\dot{m}_{II}$:

$$\dot{m}_{II} = \frac{\dot{S}_{prod} \cdot T_u}{\Psi \, h_1 + h_3 - h_5 \; (\Psi + 1) - (s_1 \, \Psi + s_3 - s_5 \; (\Psi + 1)) \; T_u} \qquad (20)$$

Berechnung der Teilterme:

$$\begin{aligned} & \Psi\, h_1 + h_3 - h_5\ (\Psi + 1) \\ = \ & 2 \cdot 280 \frac{kJ}{kg} + 425 \frac{kJ}{kg} - 300,00 \frac{kJ}{kg} \cdot (2+1) \\ = \ & -85,00 \frac{kJ}{kg} \end{aligned}$$

Im zweiten Teilterm ist die spezifische Entorpie im Zustand 5 unbekannt. diese kann durch Interpolation aus den Stoffdaten bestimmt werden.

$$\begin{aligned} s_5 &= s^{'}_{40\,bar} + \frac{s^{''}_{40\,bar} - s^{'}_{40\,bar}}{h^{''}_{40\,bar} - h^{'}_{40\,bar}} \left(h_5 - h^{'}_{40\,bar}\right) \\ s_5 &= \frac{1814,61 \frac{J}{kg\,K} - 1045,92 \frac{J}{kg\,K}}{422,660 \frac{kJ}{kg} - 212,567 \frac{kJ}{kg}} \left(300,00 \frac{kJ}{kg} - 212,567 \frac{kJ}{kg}\right) \\ & \quad +1045,92 \frac{J}{kg\,K} \\ &= 1365,82 \frac{J}{kg\,K} \end{aligned}$$

Damit kann der zweite Teilterm berechnet werden.

$$\begin{aligned} & (s_1\, \Psi + s_3 - s_5\ (\Psi + 1))\ T_u \\ = \ & \left(2 \cdot 1285,71 \frac{J}{kg\,K} + 1859,70 \frac{J}{kg\,K} - 1731,70 \frac{J}{kg\,K} \cdot (2+1)\right) \cdot \\ & (273,15\,K + 20^\circ\,C) \\ = \ & -97,82 \frac{kJ}{kg\,K} \end{aligned}$$

Werden alle Werte in Gleichung 20 eingesetzt:

$$\begin{aligned} \dot{m}_{II} &= \frac{200\,W}{85 \frac{kJ}{kg\,K} - 97,812 \frac{kJ}{kg}} \\ &= -0,0156\, \frac{kg}{s} \end{aligned}$$

Daraus folgt für den Massenstrom $\dot{m}_I$:

$$\dot{m}_I = -0,0312\, \frac{kg}{s}$$

Die Gleichung 17 nach dem Wärmestrom umgeformt lautet:

$$\begin{aligned}\dot{Q} &= -\left(\Psi\, h_1 + h_3 - h_5 \cdot (2+1)\right) \cdot \dot{m}_{II} \\ &= -85,00 \frac{kJ}{kg} \cdot -0,0156\,\frac{kg}{s} \\ &= 1326\,kW\end{aligned}$$