Seminargruppe Übung Nr. 8

Aufgabe 3.17: *Gekühlter Kondensator*

Eine zweistufige Kälteanlage zur Erzeugung sehr tiefer Temperaturen besteht aus zwei getrennten Kältekreisläufen. Der Kondensator der Tieftemperaturstufe wird vom Verdampfer der anderen Stufe gekühlt. Dieser Kondensator/Verdampfer soll aus einem Rohrbündel bestehen, das in einem großen Mantelrohr angeordnet ist. Im Mantelrohr siedet Kältemittel B, das von unten als siedende Flüssigkeit zugeführt und oben als gesättigter Dampf abgesaugt wird.
In den Rohren des Rohrbündels kondensiert Kältemittel A. Es wird oben als gesättigter Dampf zugeführt und fließt unten als siedendes Kondensat ab. Rohrbündel und Mantelrohr stehen beide senkrecht zum Erdboden.

Mantelrohr (adiabat gegenüber der Umgebung): Innendurchmesser $D = 10\,cm$.

Innenrohre (Kupfer):

Wärmeleitfähigkeit	Anzahl	Wandstärke	Innendurchmesser	Länge
$\lambda_{Cu} = 370\,\frac{W}{mK}$	$n = 12$	$\delta = 0,1\,cm$	$d_i = 0,8\,cm$	$L = 1\,m$

Stoffdaten des Kältemittels A: (kondensiert in den Innenrohren)

Wärmeleitfähigkeit	Dampfdruck	Siedetemperatur	Verdampfungsenthalpie
$\lambda_1 = 0,084\,\frac{W}{mK}$	$p_{s,1} = 6\,bar$	$\vartheta_{s,1} = -40\,°C$	$\Delta h_V = 125\,\frac{kJ}{kg}$

Dichte des Kondensats	kinemat. Viskosität des Kondensats
$\varrho_1 = 1350\,\frac{kg}{m^3}$	$\nu_1 = 2 \cdot 10^{-7}\,\frac{m^2}{s}$

Stoffdaten des Kältemittels B: (verdampft im Mantelrohr)

Wärmeübergangskoeff. bei Verdampfung	Dampfdruck	Siedetemperatur
$\alpha_2 = 1000\,\frac{W}{m^2\,K}$	$p_{s,2} = 0,79\,bar$	$\vartheta_{s,2} = -46\,°C$

a) Wie groß ist der mittlere Wärmeübergangskoeffizient α_1 auf der Kondensatseite, wenn man die Dichte des gasförmigen Kältemittels A vernachlässigt und für die Rohrinnenwandtemperatur zunächst den Schätzwert $\vartheta_{w,i} = -43,27\,°C$ annimmt?

b) Berechnen Sie das Produkt aus Wärmedurchgangskoeffizient und Fläche $k \cdot A_{ges}$ für alle 12 Innenrohre. Berücksichtigen Sie dabei beide Wärmeübergangskoeffizienten α_1 und α_2 sowie den Wärmeleitwiderstand der Rohrwände.

c) Welcher Wärmestrom $\dot{Q}$ wird übertragen, und welcher Massenstrom $\dot{m}_A$ des Kältemittels A kann in dem Rohrbündel aus 12 Rohren kondensiert werden? (Schätzwert dabei nicht explizit benutzen!)

d) Kontrollieren Sie den Schätzwert für die Temperatur $\vartheta_{w.i}$ der inneren Rohroberfläche (Kondensatseite).

Lösung: *Gekühlter Kondensator*

a) Die Anwendung der Nußeltschen Wasserhauttheorie auf das vorliegende Problem liefert folgende Gleichung zur Berechnung des Wärmeübergangskoeffizienten:

$$\alpha_1 = \frac{2\sqrt{2}}{3}\left[\frac{\Delta h_V\,\lambda_1^3\,\varrho_1\,(\varrho_1-\varrho_{1,g})\,g\,\sin\Theta}{\eta_1\,(T_{s,1}-T_{w,i})}\,\frac{1}{L}\right]^{\frac{1}{4}}$$

Vernachlässigt man nun die Dichte der Gasphase $\varrho_{1,g}\approx 0$ und berücksichtigt die vertikale Ausrichtung $\sin\Theta = 1$ sowie die Identität $\nu_1 = \frac{\eta_1}{\varrho_1}$, so verbleibt:

$$\alpha_1 = \frac{2\sqrt{2}}{3}\left[\frac{\Delta h_V\,\lambda_1^3\,\varrho_1\,g}{\nu_1\,(T_{s,1}-T_{w,i})}\,\frac{1}{L}\right]^{\frac{1}{4}} = 1\,043,4\,\frac{W}{m^2K}$$

b) Der $k\cdot A$-Wert einer Rohr- bzw. Zylinderwand berechnet sich gemäß:

$$\frac{1}{k\cdot A_{1Rohr}} = \frac{1}{\alpha_1\cdot A_1} + \frac{\ln\left(\frac{d_i+2\delta}{d_i}\right)}{2\pi\,L\,\lambda} + \frac{1}{\alpha_2\cdot A_2}$$

Die Flächen für <u>ein</u> Rohr berechnen sich zu $A_1 = \pi d_i L = 0,0251\,m^2$ und $A_2 = \pi\,(d_i+2\delta)\,L = 0,0314\,m^2$. Berücksichtigt man noch, dass es sich um 12 Innenrohre handelt, so berechnet sich der resultierende $k\cdot A$-Wert zu:

$$\begin{aligned}
\frac{1}{k\cdot A_{ges}} = \frac{1}{\alpha_1\cdot 12\cdot A_1} + \frac{\ln\left(\frac{d_i+2\delta}{d_i}\right)}{12\cdot 2\pi\,L\cdot\lambda} + \frac{1}{\alpha_2\cdot 12\cdot A_2} &= \\
3,178\cdot 10^{-3}\,\frac{K}{W} + 8,0\cdot 10^{-6}\,\frac{K}{W} + 2,652\cdot 10^{-3}\,\frac{K}{W} &= 5,839\cdot 10^{-3}\,\frac{K}{W} \\
\Rightarrow \qquad k\cdot A_{ges} &= 171,27\,\frac{W}{K}
\end{aligned}$$

c) Den Massenstrom erhält man mit Hilfe der Energiebilanz und des Wärmetransportansatzes:

$$\dot{Q} = \dot{m}_A\,\Delta h_V$$

$$\dot{Q} = k\cdot A_{ges}\,(T_{s,1}-T_{s,2}) = 1027,6\,W$$

Der Massenstrom ergibt sich somit zu:

$$\dot{m}_A = \frac{k\cdot A_{ges}\,(T_{s,1}-T_{s,2})}{\Delta h_V} = 8,22\,\frac{g}{s}$$

d) Um zu prüfen, ob die Schätzung für $\vartheta_{w,i}$ stimmt, berechnet man diese Temperatur mit Hilfe des übertragenen Wärmestroms $\dot{Q}$.

$$\dot{Q} = \dot{m}_A\,\Delta h_V = 1027,6\,W$$

Nach der Definition des Wärmeübergangskoeffizienten α_1 muss gelten:

$$\dot{Q} = \alpha_1\cdot A_1\,(\vartheta_{s,1}-\vartheta_{w,i}) = \alpha_1\cdot 12\cdot\pi d_i\cdot L\,(\vartheta_{s,1}-\vartheta_{w,i})$$

Es ergibt sich somit

$$\vartheta_{w,i} = \vartheta_{s,1} - \frac{\dot{Q}}{\alpha_1\cdot A_1} = -43,26\,^\circ C$$

Die Übereinstimmung ist somit hinreichend gut.

Aufgabe 3.18: *Kondensation von Wasserdampf an einer senkrechten Wand*

An einer senkrechten Wand kondensiert gesättigter Wasserdampf vom Druck $p_1 = 9800\,Pa$. Die Wandtemperatur liegt $5\,K$ unter der Sättigungstemperatur. Man berechne folgende Größen in einer Entfernung von $H = 0,08\,m$ von der Wandoberkante:

a) die Filmdicke δ_h,

b) die mittlere Geschwindigkeit w_m des abfließenden Kondensats,

c) dessen Massenstrom $\dot{m}/b$ je m Plattenbreite sowie

d) den örtlichen und den mittleren Wärmeübergangskoeffizienten $\alpha(x)$ und α_m.

e) An welcher Stelle H_1 ist der Massenstrom $\frac{\dot{m}}{b}$ doppelt so groß wie an der Stelle H? Warum ist der Wärmeübergangskoeffizient auf der Strecke $H < x \leq H_1$, also $\alpha(H < x \leq H_1)$ kleiner als $\alpha(x \leq H)$? Hinweis zu e): Berechnen Sie zunächst die Wasserfilmdicke δ am Ort H_1!

Stoffdaten von siedendem Wasser bei $9800\,Pa$:

$$\lambda_f = 0,634\,\frac{W}{m\,K} \quad \varrho_f = 991\,\frac{kg}{m^3} \quad \Delta h_V = 2392\,\frac{kJ}{kg} \quad \eta_f = 6,54 \cdot 10^{-4}\,\frac{kg}{sm}$$

Siedetemperatur von Wasser bei $p = 9800\,Pa$: $\vartheta_s = 45,4\,°C$
Die Dichte des Dampfes soll gegenüber der Dichte der Flüssigkeit vernachlässigt werden ($\varrho_g << \varrho_f$).

Lösung: *Kondensation von Wasserdampf an einer senkrechten Wand*

a) Die Dicke des Wasserfilms an der Stelle H berechnet sich mit $(\sin\Theta = 1)$ zu

$$\delta = \left[\frac{4\eta_f\lambda_f\,(T_s - T_w)\,H}{\Delta h_V\,\varrho_f\,\underbrace{(\varrho_f - \varrho_g)}_{\approx\varrho_f}\,g\sin\Theta}\right]^{1/4} = 0,07325\,mm$$

b) Die mittlere Geschwindigkeit berechnet sich mit$(\sin\Theta = 1)$ zu

$$w_m = \frac{\delta^2\varrho_f g}{3\eta_f} = 0,02659\,\frac{m}{s}$$

c) Es gilt:

$$\frac{\dot{m}}{b} = \delta\varrho_f w_m = 1,93 \cdot 10^{-3}\,\frac{kg}{m\,s}$$

d) Den örtlichen Wärmeübergangskoeffizienten an der Stelle H kann man mit

$$\alpha(H) = \frac{\lambda_f}{\delta(H)} = \frac{0,634\,\frac{W}{m\,K}}{7,325 \cdot 10^{-5}\,m} = 8655\,\frac{W}{m^2 K}$$

bestimmen. Der mittlere Wärmeübergangskoeffizient bis zu dieser Stelle berechnet sich nun zu

$$\alpha_m = \frac{4}{3}\alpha(H) = 11540\,\frac{W}{m^2\,K}$$

e) Gesucht ist die Stelle H_1 an der

$$\frac{\dot{m}(H_1)}{b} = 2\frac{\dot{m}(H)}{b} = 3,86 \cdot 10^{-3}\,\frac{kg}{s\,m}$$

gilt. Dazu gehört die Filmdicke

$$\delta(H_1) = \left(\frac{\dot{m}(H_1) \cdot 3\eta_f}{\varrho_f^2 g b}\right)^{1/3} = 9,229 \cdot 10^{-5}\,m$$

Es folgt weiter

$$H_1 = \delta^4 \frac{\varrho_f^2 g \Delta h_V}{4\lambda_f \eta_f\,(T_s - T_w)} = 0,2016\,m$$

Auf der Strecke $H < x \leq H_1$ ist der Film dicker als auf der Strecke $x \leq H$. Daher ist der Wärmeübergangskoeffizient kleiner.