

Aufgabe 1.8: *Wärmeübertragung im Gleichstrom und Gegenstrom*

In einem Gleichstromwärmeübertrager wird ein Wassermassenstrom \dot{m}_W zum Kühlen eines Ölmassenstroms \dot{m}_{Oel} verwendet. Der Ölstrom hat die Eintrittstemperatur T'_{Oel} und wird auf die Austrittstemperatur T''_{Oel} abgekühlt. Der Wärmeübertrager besitzt die Übertragungsfläche A_0 und der Wärmedurchgangskoeffizient k sei über den gesamten Bereich konstant.

- a) Berechnen Sie das Verhältnis der Wärmekapazitätsströme C_1 und die dimensionslose Übertragungsfähigkeit N_1 , wobei der Index 1 das Öl und der Index 2 das Wasser kennzeichnen sollen.
- b) Ermitteln Sie die dimensionslose Temperaturänderung ϵ_1
- b1) grafisch mit Hilfe der Betriebscharakteristik für Gleichstrom und
- b2) analytisch.
- c) Welche Eintrittstemperatur T'_W muss das Wasser haben, damit sich der Betriebszustand einstellen kann? Berechnen Sie außerdem die Austrittstemperatur des Wassers T''_W sowie den übertragenen Wärmestrom \dot{Q} .
- d) Die beiden Anschlüsse des Ölstroms werden vertauscht, so dass Gegenstrom entsteht. Ermitteln Sie für diese Stromführung die dimensionslose Temperaturänderung des Ölstroms ϵ_1 , und zwar ebenfalls grafisch und analytisch.
- e) Berechnen Sie für den Gegenstromwärmeaustauscher die Austrittstemperaturen des Wassers und des Öls (T''_W und T''_{Oel}) sowie den übertragenen Wärmestrom \dot{Q} .

Angaben:							
\dot{m}_W	\dot{m}_{Oel}	T'_{Oel}	T''_{Oel}^*	A_0	k	c_W	c_{Oel}
$10 \frac{kg}{s}$	$4,2 \frac{kg}{s}$	$393 K$	$313 K$	$218,4 m^2$	$100 \frac{W}{m^2 K}$	$4,2 \frac{kJ}{kg K}$	$2,0 \frac{kJ}{kg K}$

* : nur bei Aufgabenteil a) bis c)

Lösung: *Wärmeübertragung im Gleichstrom und Gegenstrom*

- a) Das Verhältnis der Wärmekapazitätsströme ist

$$C_1 = \frac{W_1}{W_2} = \frac{\dot{m}_{Oel} \cdot c_{Oel}}{\dot{m}_W \cdot c_W} = 0,2$$

Man beachte: $W_1 < W_2 \Rightarrow C_1 < 1 !$

Die dimensionslose Übertragungsfähigkeit ergibt sich zu

$$N_1 = \frac{k \cdot A_0}{W_1} = 2,6$$

b1) Auswertung des Diagramms ergibt

$$\epsilon_1(N_1 = 2,6; C_1 = 0,2) = 0,8$$

b2)

$$\epsilon_{1,gleich} = \frac{1 - e^{-N_1(1+C_1)}}{1 + C_1}$$

Setzt man die unter a) gefundenen Werte ein, so findet man

$$\epsilon_1(N_1 = 2,6; C_1 = 0,2) = 0,7965 \approx 0,8$$

c) Mit Hilfe von ϵ_1 lässt sich die Wassereintrittstemperatur berechnen:

$$\epsilon_1 = \frac{T'_1 - T''_1}{T'_1 - T'_2} = \frac{T'_{Oel} - T''_{Oel}}{T'_{Oel} - T'_W} \Rightarrow T'_W = T'_{Oel} - \frac{1}{\epsilon_1} (T'_{Oel} - T''_{Oel}) = 293 \text{ K}$$

Die Wasseraustrittstemperatur berechnet sich folgendermaßen:

$$\epsilon_2 = C_1 \epsilon_1 = 0,16$$

und damit

$$\epsilon_2 = \frac{T''_2 - T'_2}{T'_1 - T'_2} = \frac{T''_W - T'_W}{T'_{Oel} - T'_W} \Rightarrow T''_W = T'_W + C_1 \epsilon_1 (T'_{Oel} - T'_W) = 309 \text{ K}$$

Der übertragene Wärmestrom lässt sich zu

$$\dot{Q} = W_1 (T'_1 - T''_1) = W_2 (T''_2 - T'_2) = \dot{m}_{Oel} \cdot c_{Oel} (T'_{Oel} - T''_{Oel}) = 672 \text{ kW}$$

bestimmen.

d) Für Gegenstromführung ergibt sich aus dem Diagramm folgende dimensionslose Temperaturänderung des Wassers:

$$\epsilon_1(N_1 = 2,6; C_1 = 0,2) \approx 0,9$$

$$\epsilon_{1,gegen} = \frac{1 - e^{N_1(C_1-1)}}{1 - C_1 e^{N_1(C_1-1)}} = \frac{1 - 0,125}{1 - 0,2 \cdot 0,125} = 0,897 \approx 0,9$$

e) Die Austrittstemperatur des Ölstroms beträgt bei Gegenstromführung:

$$\epsilon_1 = \frac{T'_1 - T''_1}{T'_1 - T'_2} = \frac{T'_{Oel} - T''_{Oel}}{T'_{Oel} - T'_W} \Rightarrow T''_{Oel} = T'_{Oel} - \epsilon_1 (T'_{Oel} - T'_W) = 303 \text{ K}$$

Die dimensionslose Temperaturänderung des Wassers beträgt

$$\epsilon_2 = C_1 \epsilon_1 = 0,18$$

und damit folgt die Austrittstemperatur aus

$$\epsilon_2 = \frac{T''_2 - T'_2}{T'_1 - T'_2} = \frac{T''_W - T'_W}{T'_{Oel} - T'_W} \Rightarrow T''_W = T'_W + \epsilon_2 (T'_{Oel} - T'_W) = 311 \text{ K}$$

Die Austrittstemperatur des Wassers ist also höher als die des Ölstroms. Dies kann auf keinen Fall durch einen Gleichstromwärmeübertrager erreicht werden.

Der übertragene Wärmestrom beträgt:

$$\dot{Q} = W_1 (T'_1 - T''_1) = W_2 (T''_2 - T'_2) = \dot{m}_{Oel} \cdot c_{Oel} (T'_{Oel} - T''_{Oel}) = 756 \text{ kW}$$

Aufgabe 1.9: *Ammoniak-Kondensator einer Kälteanlage*

In einem Gegenstrom-Wärmeübertrager soll das Kältemittel Ammoniak isobar bei einem Druck von $p_1 = 1,40 \text{ MPa}$ von $\vartheta'_1 = 150^\circ\text{C}$ auf die Sättigungstemperatur $\vartheta_{1s} = 36,3^\circ\text{C}$ abgekühlt (enthitzt) werden. Anschließend soll das Kältemittel bei dieser Temperatur vollständig kondensiert werden und mit Sättigungstemperatur $\vartheta''_{1s} = 36,3^\circ\text{C}$ den Wärmeübertrager verlassen.

Dazu kann man sich den Wärmeübertrager gedanklich aus zwei Teilen zusammengesetzt vorstellen: den Enthitzungs- und den Kondensationsteil.

Es steht Kühlwasser zur Verfügung, das von $\vartheta'_2 = 12^\circ\text{C}$ auf $\vartheta''_2 = 28,5^\circ\text{C}$ aufgeheizt werden soll.

Die mittlere spezifische Wärmekapazität des Wassers betrage $c_{p2} = 4,184 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}}$.

Der Ammoniak-Massenstrom beträgt $\dot{m}_1 = 0,2 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$. Die spezifischen Enthalpien von Ammoniak sind entsprechend der Dampfdrucktabelle von NH_3

$$h(\vartheta'_1, p_1) = 1959,4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}},$$

$$h''(\vartheta_{1s}) = 1637,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \text{ und}$$

$$h'(\vartheta''_{1s}) = 427,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}}.$$

- Zeichnen Sie die Temperaturverläufe der beiden Fluide in einem Diagramm über der Übertragungsfläche ein.
- Berechnen Sie den im Wärmeübertrager übertragenen Gesamtwärmestrom.
- Welcher Kühlwassermassenstrom wird benötigt?
- Berechnen Sie die mindestens erforderlichen kA -Werte für den Enthitzungs- bzw. Kondensationsteil.
- Berechnen Sie die mindestens erforderliche Gesamtübertragungsfläche des Wärmeübertragers unter der Annahme, dass der Wärmedurchgangskoeffizient im Abkühlteil $k_{abk} = 1000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$ und im Kondensationsteil $k_{kond} = 5000 \frac{\text{W}}{\text{m}^2\text{K}}$ beträgt.

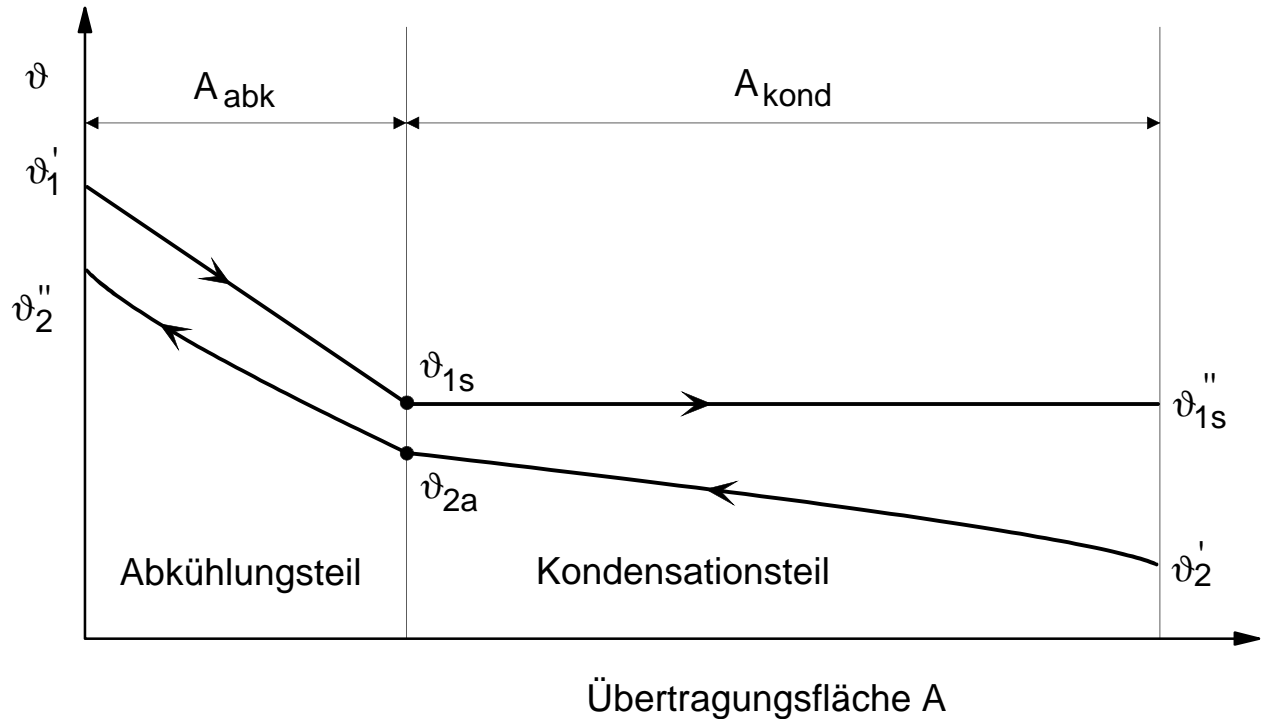
Lösung: *Ammoniak-Kondensator einer Kälteanlage*

- Temperaturverlauf
- Der Gesamtwärmestrom folgt aus der vom Ammoniak abgegebenen Wärme:

$$\dot{Q}_{ges} = \dot{m}_1 \left(h(\vartheta'_1) - h'(\vartheta''_{1s}) \right) = 0,2 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \left(1959,4 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} - 427,3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} \right) = 306,4 \text{ kW}$$

- Aus b) folgt der Kühlwassermassenstrom:

$$\dot{m}_2 = \frac{\dot{Q}_{ges}}{c_{p2} \cdot (\vartheta''_2 - \vartheta'_2)} = \frac{306,4 \text{ kW}}{4,184 \frac{\text{kJ}}{\text{kgK}} (28,5 - 12,0) \text{K}} = 4,439 \frac{\text{kg}}{\text{s}}$$



- d) Zur Berechnung der kA -Werte muss zunächst die Kühlwassertemperatur ϑ_{2a} zwischen Enthitzungs- und Kondensationsteil berechnet werden. Aus der Energiebilanz des Kondensationsteiles folgt:

$$\dot{m}_2 c_{p2} (\vartheta_{2a} - \vartheta_2') = \dot{m}_1 (h''(\vartheta_{1s}) - h'(\vartheta_{1s}'))$$

$$\Rightarrow \vartheta_{2a} = \vartheta_2' + \frac{\dot{m}_1}{\dot{m}_2 c_{p2}} (h''(\vartheta_{1s}) - h'(\vartheta_{1s}')) = 25^\circ C$$

Der kA -Wert des Enthitzungsteiles $(kA)_{abk}$ ergibt sich aus dem Wärmekapazitätsstrom W_1 und der dimensionslosen Übertragungsfähigkeit N_1 , die wiederum folgendermaßen als Funktion des Wärmekapazitätsstromverhältnisses C_1 und der dimensionslosen Temperaturänderung ε_1 für einen Gegenstrom-Wärmeübertrager dargestellt werden kann:

$$\frac{(kA)_{abk}}{W_1} = N_1 = \frac{1}{C_1 - 1} \ln \frac{1 - \varepsilon_1}{1 - C_1 \varepsilon_1}$$

Für das Verhältnis $C_1 = \frac{W_1}{W_2}$ der beiden Wärmekapazitätsströme berechnet sich mit

$$W_1 = \dot{m}_1 c_{p1} = \dot{m}_1 \frac{h(\vartheta_1') - h''(\vartheta_{1s})}{\vartheta_1' - \vartheta_{1s}}$$

$$= 0,2 \frac{kg}{s} \frac{1959,4 - 1637,3}{150 - 36,3} \frac{kJ}{kgK} = 0,5666 \frac{kW}{K}$$

und mit

$$W_2 = \dot{m}_2 c_{p2} = 18,573 \frac{kW}{K}$$

der Wert $C_1 = 0,0305$. Die dimensionslose Temperaturänderung ε_1 des Ammoniaks ist:

$$\varepsilon_1 = \frac{\vartheta'_1 - \vartheta_{1s}}{\vartheta'_1 - \vartheta_{2a}} = \frac{150 - 36,3}{150 - 25} = 0,9096$$

Daraus folgt $N_1 = 2,45$ und schließlich

$$(kA)_{abk} = N_1 W_1 = 1,388 \frac{kW}{K}$$

Für den Kondensationsteil gilt:

$$\varepsilon_1 = 0, \text{ und wegen } W_1 \rightarrow \infty \text{ wird } C_2 = \frac{W_2}{W_1} = 0.$$

Daraus ergibt sich:

$$\frac{(kA)_{kond}}{W_2} = N_2 = -\ln(1 - \varepsilon_2)$$

Für die dimensionslose Temperaturänderung ε_2 des Kühlwassers gilt:

$$\varepsilon_2 = \frac{\vartheta'_2 - \vartheta_{2a}}{\vartheta'_2 - \vartheta_{1s}} = \frac{12 - 25}{12 - 36,3} = 0,535$$

Daraus folgt für $N_2 = 0,7657$ und somit

$$(kA)_{kond} = N_2 W_2 = 14,22 \frac{kW}{K}$$

e) Für die Übertragungsflächen der beiden Wärmeübertragerteile gilt jeweils:

$$A_{abk} = \frac{(kA)_{abk}}{k_{abk}} = \frac{1,388 \frac{kW}{K}}{1000 \frac{W}{m^2K}} = 1,388 m^2$$

$$A_{kond} = \frac{(kA)_{kond}}{k_{kond}} = \frac{14,22 \frac{kW}{K}}{5000 \frac{W}{m^2K}} = 2,84 m^2$$

und für die Gesamtübertragungsfläche also:

$$A_{gesamt} = A_{abk} + A_{kond} = 4,232 m^2$$